

Soluciones del flujo bifásico granular

Granular bifasic flow solutions

J. Aguirre-Pe*, A. T. Moncada M. y M. L. Olivero N.
Laboratorio de Hidráulica. Centro de Investigaciones Hidráulicas y Mecánica de Fluidos (CHIDRA).
Facultad de Ingeniería. ULA
Mérida 5101, Venezuela
*aguirre@ing.ula.ve

Resumen

Los flujos granulares bifásicos, de barro y escombros, se pueden generar por desplazamiento repentino de material sólido saturado con agua. Se consideran diferentes criterios para clasificar los flujos bifásicos de agua y sedimentos en alta concentración: flujos hiperconcentrados, flujos de lodos y flujos de barro y escombros. Se establecen los límites para caracterizar el tipo de flujos granulares de barro y escombros, el laminar (macro-viscoso) o el dispersivo con disipación predominantemente colisional. Se consideran soluciones numéricas para las ecuaciones de continuidad y de conservación de cantidad de movimiento, mediante los procedimientos de MacCormack. Se determinan las características de la deposición de material sólido causada por una disminución de la pendiente del canal de flujo o por su repentina expansión lateral. Se presentan resultados de las simulaciones numéricas y se comparan con datos obtenidos en mediciones de laboratorio. Se encuentra que las simulaciones numéricas consideradas ofrecen una aproximación razonable respecto a las mediciones de laboratorio, las cuales representan dos condiciones de flujo distintas: la del flujo de arena saturada y la del flujo de granos plásticos en diversas concentraciones.

Palabras claves: Flujo macro-viscoso, flujo dispersivo, flujo de barro y escombros, soluciones numéricas, deposición, modelo físico.

Abstract

Granular two-phase flows may be generated by the sudden displacement of a retention gate. Different criteria may be used to classify two-phase flows: hyperconcentrated flow, mud flow and debris flows. Limits that characterize different flow regimes are given. Numerical solutions using McCormack scheme for the continuity and conservation of momentum equations are presented. Characteristics of the deposition of granular solid material, obtained by a decrease of the channel slope or by sudden increase in its width, are determined. Numerical solutions are compared with a data obtained at the laboratory. It is found that numerical simulations offer a good approach to laboratory data, which represented two different flow conditions: saturated sand flow and flow of a plastic grains for different concentrations

Keywords: Macro-viscous flow, disperse flow, mud and debris flow, numerical solutions, deposition, physical model

1 Introducción

La expresión "flujo de barro y escombros" se aplica generalmente a un flujo no permanente compuesto de agua y sedimentos gruesos y finos. El agua lubrica y facilita el movimiento de las partículas sólidas. Se estima que la fase líquida forma aproximadamente el 30% del contenido en volumen. Los flujos de barro y escombros han sido considerados, para efectos de cálculo, como flujos de fluidos homogéneos. La deposición de barro y escombros ocurre en áreas de gradientes menores o en áreas menos confinadas que las del canal de aproximación.

Considerando únicamente la concentración de sólidos en peso C_w (Costa, 1984), se estima que para $C_w < 0.40$ el

flujo resultante es un aluvión de agua, si $0.40 < C_w < 0.70$ se tiene un flujo hiperconcentrado y si $C_w > 0.70$ se presenta un flujo de barro y escombros (debris flow). Para sólidos muy finos, si $C_w > 0.80$ se produce un flujo de lodos (mud flows). En el comportamiento de la mezcla, es determinante el componente de partículas finas de diámetro menor que 0.01 mm.

2 Regímenes de Flujo de Barro y Escombros

En el flujo de barro y escombros el movimiento es usualmente laminar y la forma de transporte del sedimento ocurre en sustentación neutra. Pero el flujo, en condiciones especiales, puede estar determinado por esfuerzos predomi-

nantes generados por colisiones entre las partículas que forman la fase sólida de la onda. Se introduce el concepto de presión dispersiva, (Bagnold, 1954) y se proponen dos parámetros adimensionales (N y G^2) para describir los esfuerzos cortantes en función de la tasa de deformación. El primer parámetro expresa la relación entre los esfuerzos inerciales y los esfuerzos viscosos en la forma

$$N = \frac{\rho_s d_{50}^2 \lambda^{1/2}}{\mu} \frac{du}{dy} \quad (1)$$

donde ρ_s es la densidad de las partículas, μ es viscosidad dinámica del fluido, d_{50} es el diámetro del 50 % del material, du/dy es la tasa de variación de la velocidad u (en la dirección x) respecto a la dirección y , y $\lambda = d_{50} / e$ es una concentración lineal, donde e es la distancia entre partículas. La relación lineal de concentraciones es

$$\lambda = \left((c_{vm}/c_v)^{1/3} - 1 \right)^{-1} \quad (2)$$

en la cual c_v es la concentración volumétrica de sólidos, a la cual corresponde λ , y c_{vm} es la concentración volumétrica máxima de las partículas ($c_{vm} \cong 0.69$). El segundo parámetro considerado por Bagnold es

$$G^2 = \frac{\rho_s d_{50}^2}{\mu^2 \lambda} \tau \quad (3)$$

en el cual τ es el esfuerzo cortante promedio. Para el flujo macro-viscoso, se verifica que N es proporcional a G^2 , tal que $A N = G^2$ ($A \cong 2.25$), entonces para el flujo macro-viscoso, $N < 40$, se tiene que

$$\tau_{xy} = \mu_m \frac{du}{dy} \quad (4)$$

donde la viscosidad dinámica efectiva de la mezcla $\mu_m = \rho_m \nu_m$ (ρ_m es la densidad de la mezcla y ν_m su viscosidad cinemática) está dada como

$$\mu_m = A \lambda^{3/2} \mu \quad (5)$$

En el flujo de barros y escombros en régimen inercial, para $N > 450$, la relación entre N y G es lineal. Así $BN = G$, donde B es una constante. En la región inercial, el esfuerzo cortante está dado por (Bagnold, 1954)

$$\tau_{xy} = a_i \rho_s \lambda^2 d_{50}^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \text{sen} \alpha \quad (6)$$

donde α es el ángulo interno de fricción dinámica y a_i una

constante numérica.

3 Soluciones numéricas para el Flujo de Barros y Escombros

La forma más general de las dos ecuaciones diferenciales que rigen el flujo de barro y escombros, considerándolo equivalente a un fluido homogéneo e incompresible, son la ecuación de conservación de masa

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (7)$$

y la ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla \cdot \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\rho_m} = \frac{1}{\rho_m} \mathbf{f} \quad (8)$$

en las cuales \mathbf{u} denota al vector velocidad, ∇ es el operador nabla, t es el tiempo, $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de esfuerzos y $\mathbf{f} = \rho_m \mathbf{g}$ es la fuerza externa correspondiente al vector de gravedad, \mathbf{g} .

Tanto en la solución de flujo puramente viscoso como en la de flujo dispersivo, se han simplificado exitosamente las Ecs. 7 y 8 a sus formas unidimensionales (Aguirre-Pe et al., 1995, Quisca y Aguirre-Pe, 1995 y Quisca et al., 1996, entre otros), en la dirección x de desplazamiento,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hU)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial(hU)}{\partial t} + \frac{\partial(\beta hU^2)}{\partial x} = gh \text{sen} \theta - gh \text{cos} \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_o}{\rho_m} \quad (10)$$

en las cuales U representa la velocidad media en una sección de profundidad h para la posición x , τ_o es el esfuerzo cortante en el contorno, g es la aceleración de gravedad y β es el coeficiente de cantidad de movimiento. El último término de la Ec. 10 puede expresarse como $\tau_o / \rho_m = g h S$, donde S es la pendiente de fricción. El régimen de flujo determina la pendiente de fricción. En régimen laminar, $S \cong S_v$ es

$$S_v = \frac{3\nu_m U}{g h^2} \quad (11)$$

Para el flujo dispersivo en régimen inercial, la pendiente de fricción $S \cong S_d$ se puede expresar como

$$S_d = \frac{U^2 n_d^2}{K^2 h^{4/3}} \quad (12)$$

en la cual $K = 1 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ en el sistema internacional de unidades y n_d es una rugosidad adimensional, equivalente a la de Manning en flujo turbulento, dada para flujo dispersivo como

$$n_d = \left(\frac{50 \rho_s}{8 \rho_m} a_i \text{sen } \alpha \right)^{1/2} \lambda \frac{K d_{50}}{h^{5/6} g^{1/2}} \quad (13)$$

donde los valores de a_i y $\text{sen } \alpha$ medios (Bagnold, 1954) son 0.042 y 0.32, respectivamente.

Ahora, la solución numérica de las Ecs. 9 y 10 se puede lograr por medio de un esquema explícito de segundo orden (MacCormack, 1969). En este esquema, se calcula una predicción con diferencia hacia adelante y luego se corrige con una diferencia hacia atrás. Las Ecs. 9 y 10 en forma conservativa, se pueden expresar como

$$\mathbf{F}_i + [\mathbf{G}(\mathbf{F})]_x = \mathbf{S}(\mathbf{F}, x, t) \quad (14)$$

donde \mathbf{F} es un vector que tiene las componentes (h, hU) , $\mathbf{G}(\mathbf{F})$ las componentes $(hU, \beta hU^2 + \frac{1}{2} g h^2 \cos \theta)$ y $\mathbf{S}(\mathbf{F}, x, t)$ las componentes $(0, g h \text{sen } \theta - g h S)$. La pendiente de fricción S adquiere la forma de las Ecs. 11 o 12 según se modele un flujo laminar macro-viscoso o un flujo dispersivo. El algoritmo de predicción se puede escribir (Quisca et al., 1994) como

$$\tilde{\mathbf{F}}_i = \mathbf{F}_i^k - \frac{\Delta t}{X_{i+1} - X_i} (\mathbf{G}_{i+1}^k - \mathbf{G}_i^k) + \Delta t \mathbf{S}_i^k \quad (15)$$

y el de corrección como

$$\mathbf{F}_i^{k+1} = \frac{1}{2} \left[\mathbf{F}_i^k + \tilde{\mathbf{F}}_i - \frac{\Delta t}{X_i - X_{i-1}} (\tilde{\mathbf{G}}_i - \tilde{\mathbf{G}}_{i-1}) + \Delta t \tilde{\mathbf{S}} \right] \quad (16)$$

donde los índices i, k indican la ubicación de las variables en un plano $x-t$ de coordenadas x_i, t_k . La solución numérica de las Ecs. 15 y 16 se aplica, en este trabajo, a masas de barros y escombros, inicialmente en reposo, cuyo movimiento se genera por la remoción súbita de una pantalla de retención ubicada en x_c , donde la altura inicial, para $t = 0$, es h_0 por la izquierda y 0 por la derecha. Para alisar la discontinuidad inicial se considera la solución teórica de Ritter. En el contorno izquierdo se considera un contorno ficticio F_0 que permite calcular F_{izq}^{k+1} y para el contorno derecho se considera un lecho seco tal que $h_{der}^{k+1} = 0$

4 Modelo de deposición de Sólidos

La ecuación bidimensional de conservación de masa para el agua, como componente de la mezcla de barros y escombros, es

$$(1-c) \frac{\partial h}{\partial t} + (1-c_*) \frac{\partial z_d}{\partial t} + (1-c) \left[\frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} \right] = 0 \quad (17)$$

Para la fracción sólida que se desplaza en suspensión se tiene que

$$c \frac{\partial h}{\partial t} + c_* \frac{\partial z_d}{\partial t} + c \left(\frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} \right) = 0 \quad (18)$$

en las cuales c es la concentración de sólidos en el flujo, dada como fracción volumétrica, h es la profundidad del flujo, t es el tiempo, c_* es la concentración de sedimentos después de que ocurre la deposición, z_d es el espesor de deposición o erosión del fondo, U es la velocidad media en la dirección x , y V en la dirección y . Si no se incluye la cota de deposición como variable a considerar en la solución, se pueden reemplazar las Ecs. 17 y 18 por una ecuación de conservación total de volumen, expresada como

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

La ecuación bidimensional de conservación de cantidad de movimiento para la dirección x puede escribirse como

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \partial \left(\beta_x \frac{UM}{\partial x} \right) + \frac{\partial(\beta_y VM)}{\partial y} = gh \text{sen } \theta_x - gh \cos \theta_x \frac{\partial(z_d + h)}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho_m} \quad (20)$$

y para la dirección y

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \partial \left(\beta_x \frac{UN}{\partial x} \right) + \frac{\partial(\beta_y VN)}{\partial y} = gh \text{sen } \theta_y - gh \cos \theta_y \frac{\partial(z_d + h)}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho_m} \quad (21)$$

en las cuales $M=Uh$, $N=Vh$, β_x y β_y son los factores de corrección de la cantidad de movimiento en las direcciones x e y respectivamente, θ_x y θ_y son los ángulos de inclinación del lecho en las direcciones x e y , y τ_x, τ_y son los esfuerzos cortantes en el lecho según las direcciones x e y .

Para el modelo dispersivo o colisional, el esfuerzo cortante en el fondo, según la dirección x , se puede expresar como

$$\tau_x = \frac{1}{8} \rho_m f_d U \sqrt{U^2 + V^2} \quad (22)$$

y para la dirección y como

$$\tau_y = \frac{1}{8} \rho_m f_d V \sqrt{U^2 + V^2} \quad (23)$$

en las cuales f_d es el factor de fricción dispersivo, de similar estructura al factor de fricción de Darcy-Weisbach

$$f_d = 50 a_i \frac{\rho_s}{\rho_m} \lambda^2 \frac{d_s^2}{h^2} \text{sen } \phi_d \quad (24)$$

donde a_i varía según los autores entre 0.042 (Bagnold, 1954) y 0.5 (Takahashi, 1991), d_s es el diámetro de las partículas sólidas, ϕ_d es el ángulo dinámico de fricción interna de las partículas sólidas. Las Ecs. 22 y 23, entonces se pueden escribir para la dirección x , como

$$\tau_x = \frac{25}{4} a_i \rho_s \lambda^2 \left(\frac{ds}{h} \right)^2 \text{sen } \phi_d U \sqrt{U^2 + V^2} \quad (25)$$

y para la dirección y como

$$\tau_y = \frac{25}{4} a_i \rho_s \lambda^2 \left(\frac{ds}{h} \right)^2 \text{sen } \phi_d V \sqrt{U^2 + V^2} \quad (26)$$

Las Ecs. 17, 18, 20 y 21 fueron resueltas numéricamente (Takahashi, 1991) para una disminución brusca de la pendiente de un canal, o para una expansión. Se obtuvieron soluciones adimensionales como las que se presentan en la Fig. 3, en la cual se incluyen los resultados experimentales de deposición. Posteriormente se resolvieron numéricamente las Ecs. 19, 20 y 21 (Quisca, 1995) empleando el esquema explícito de McCormack, siguiendo la siguiente secuencia de cálculo: se asignaron las condiciones iniciales para los campos de velocidades y alturas en todo el dominio. Luego se determinó el intervalo de tiempo de simulación Δt a partir de la condición de Courant para el caso bidimensional. Tanto en la dirección x como en la y se realizó el cálculo del predictor con las diferencias hacia adelante. Las diferencias, tanto en el predictor, como en el corrector, se alternan, para eliminar las tendencias direccionales del esquema. Los contornos sólidos requieren que se use la forma conservativa de las ecuaciones en el cálculo del predictor con diferencia hacia adelante, de tal manera que se pueda introducir la reflexión antisimétrica para la velocidad normal al contorno. Luego de calculadas las variables para el nivel de tiempo $n+1$, se hicieron nulas las velocidades normales a los contornos.

5 Modelación física

En el laboratorio, primero, se modeló físicamente a escala reducida, un flujo de barros y escombros en régimen laminar, mediante el flujo de una onda de aceite de densidad $\rho = 904.2 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad dinámica $\mu = 1.2 \text{ N s/m}^2$ liberando súbitamente la masa fluida contenida por una compuerta desplazable en canales de 1.00 m de ancho, 0.10 m de alto y de 8.2 m de longitud sobre fondos lisos de pendientes variables. Se registró el avance del frente de onda y la forma de la onda. También se modeló el régimen dispersivo colisional de una onda mediante la liberación de una masa formada por agua y partículas sólidas cilíndricas y esféricas de densidad $\rho_s = 1300 \text{ kg/m}^3$ en concentraciones volumétricas de 15, 30 y 45 % para valores $\text{sen } \theta = 0.05, 0.10$ y 0.15 . La fase sólida y la fase líquida se distribuyeron homogéneamente mediante agitación, antes de la remoción de la pantalla. La masa liberada rápidamente adquiriría la forma de onda impermanente. La simulación física de flujos de barros y escombros se contrasta con los modelos numéricos correspondientes.

En la Fig. 1 se presentan los desplazamientos de los frentes de onda para los dos regímenes de flujo, en modelos físicos experimentales, con su correspondiente predicción numérica empleando el esquema explícito de McCormack. Las coordenadas de la Fig. 1 expresan la distancia adimensional de recorrido x^* , en las abscisas, como la relación de la distancia real x y la altura inicial de la mezcla en el depósito de retención h_0 , contra el tiempo adimensional de recorrido t^* dado por la expresión $t^* = t (g \cos \theta / h_0)^{1/2}$. Es evidente que la velocidad del frente de onda, en el régimen dispersivo, se mantiene casi constante en el rango estudiado, tanto física como numéricamente. Por el contrario, pasados los instantes iniciales de liberación de la mezcla viscosa, la velocidad del frente de onda tiende a disminuir en forma rápida. Los experimentos físicos que se presentan en la Fig. 1 indican que en el régimen viscoso, la solución numérica sobrestima ligeramente la velocidad de avance de la onda a partir de $x^* = 15$, pero se ha mostrado que esta tendencia sólo se mantiene hasta $x^* = 50$ (Aguirre-Pe et al., 1995).

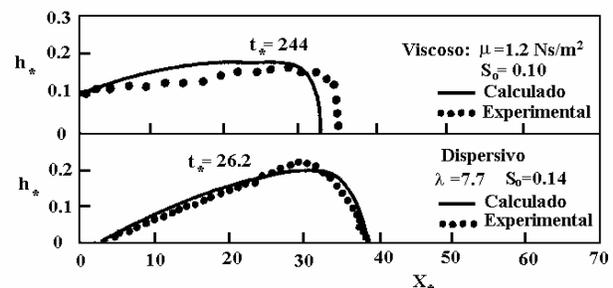


Fig. 1. Desplazamiento de un frente viscoso bifásico ($S_0 = 0.10$, $h_0 = 10 \text{ cm}$) y de otro dispersivo ($\text{sen } \theta = 0.14$, $\lambda = 7.7$, $h_0 = 10 \text{ cm}$)

Las formas de las ondas generadas también se reproducen adecuadamente mediante el esquema numérico de

McCormack. En la Fig. 2, en la cual $h_* = h/h_0$, se observa que la onda viscosa es menos empinada que la dispersiva, del lado de aguas arriba. En general, los resultados experimentales y numéricos de la Fig. 2 muestran buena concordancia, indicando así que el método numérico empleado, arroja resultados cercanos a los valores físicos reales.

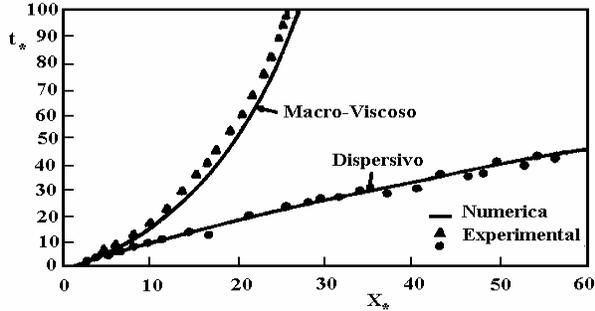


Fig. 2. Desarrollo de una onda viscosa y otra dispersiva.

La Fig. 3 es un ejemplo de resultados de los experimentos que muestran las formas de los contornos de deposición. El número de cada curva indica la elevación $z^* = z/b$. En su etapa inicial, el recorrido del flujo aguas abajo de la boca es alineado respecto a la dirección de entrada, y su anchura es casi dos veces la anchura de la boca, pero rápidamente alcanza su longitud máxima. Entonces comienza a depositarse el material sólido. Al final de un proceso oscilatorio, el depósito tiende a ser circular, con un diámetro aproximadamente igual a la distancia desde la salida a la región terminal del primer flujo. En la Fig. 4 se observa una condición final de deposición obtenida experimentalmente (Quisca, 1995). El flujo de barro y escombros puede modelarse numéricamente en forma bidimensional, tanto mediante el esquema propuesto por Takahashi como por el de McCormack propuesto por Quisca. Las soluciones para el avance del frente de onda y para la cota de deposición en el método de Takahashi proporcionan resultados relativamente próximos a los valores medidos.

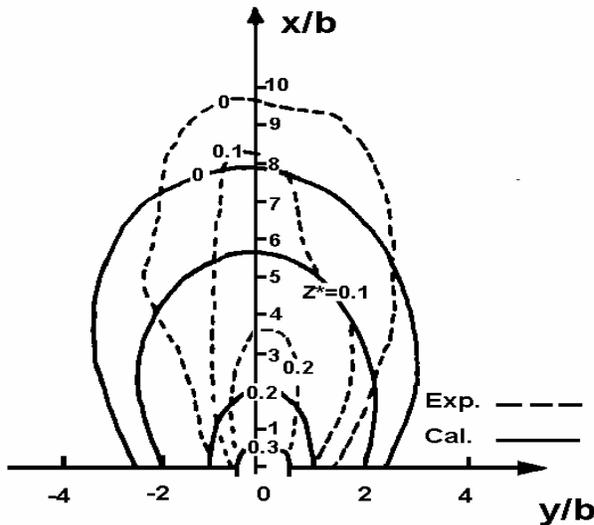


Fig. 3. Etapa transitoria de deposición. Curvas de nivel para $\theta = 17^\circ$ y $\theta_0 = 7^\circ$, experimentales y calculadas, $t = 10$ s y $z^* = z/b$.

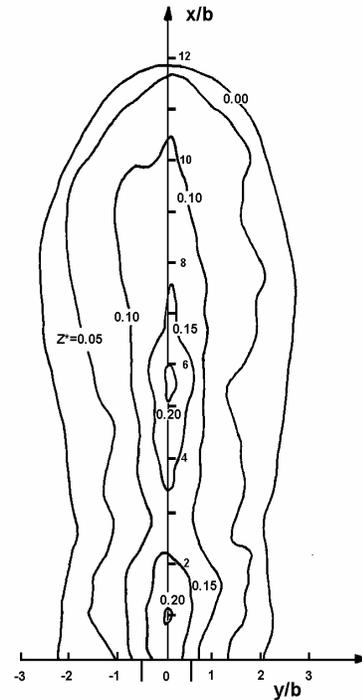


Fig. 4. Deposición experimental final para $c = 0.30$, $S = 0.2010$ y $h = 0.15$ m, $t^* = t/(gh)^{1/2}$

6 Conclusiones

El flujo de barro y escombros puede modelarse numéricamente en forma, tanto unidimensional como bidimensional, tanto mediante el esquema propuesto por Takahashi como por el de McCormack, propuesto por Quisca. Las soluciones para el avance del frente de onda y para la cota de deposición proporcionan resultados relativamente próximos a los valores medidos en el laboratorio con un flujo de simulación compuesto por arenas. La solución del frente de onda se ajusta bien a los valores experimentales.

Reconocimiento

Los autores expresan su agradecimiento al CDCHT de la Universidad de los Andes por su apoyo financiero a través del Programa CVI-ADG-I-07-95 y el Proyecto I-567-97-02-B.

Referencias

Aguirre-Pe, J., Quisca, S y Plachco, F. P., 1995, "Test and Numerical One Dimensional Modeling of a High-viscosity Fluid Dam-break Wave", *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 33, No. 1, pp. 17 - 26.
 Bagnold, R. A., 1954, "Experiments on a Gravity-free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid Under

- Shear”, *Proceedings Royal Society*, Series A, Vol. 225, Londres, pp. 49-63.
- Costa, J. E., 1984, “Physical Geomorphology of Debris Flows”, en “*Developments and Applications of Geomorphology*”, Edit. J. E. Costa y P. J. Fleisher, pp. 268 – 317.
- McCormack, R. W., 1969, “The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering”, *AIAA, Paper 69-354, AIAA Hypervelocity Impact Conference*, Cincinnati, Ohio, 6p.
- Quisca, S., 1995, “*Modelos Numéricos del Flujo de una Avalancha de Barros y Escombros*”, Tesis Doctoral en Ciencias Aplicadas, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela, 281 p.
- Quisca, S., Aguirre-Pe, J. y Plachco, F., 1996, “Discussion of Newtonian Fluid Mechanics Treatment of Debris Flow and Avalanches”, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 122, No. HY6, pp. 362-363.
- Quisca, S. y Aguirre-Pe, J., 1995, “Unsteady Propagation of a Quasi Two-phase Wave on a Dry Steep Channel”, *Proceedings XXVI International Congress, IAHR*, London, U.K., Vol.- 2, pp.208-213.
- Takahashi, T., 1991, “*Debris Flow*”, IAHR Monograph, A. A. Balkema, Rotterdam, pp 165.