

UNA FORMULA PARA LA FRICCION EN ESCURRIMIENTOS MACRORUGOSOS A SUPERFICIE LIBRE

Julián AGUIRRE, María Luisa OLIVERO
Laboratorio de Hidráulica
Escuela de Ingeniería Civil
Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
Ramón FUENTES,
Laboratorio Nacional de Hidráulica, Caracas, Venezuela

RESUMEN

Tomando en cuenta las estelas sobre los elementos rugosos se ha desarrollado un modelo que permite extender la ley logarítmica al cálculo de la fricción en el escurrimiento sobre macrorugosidades en canales.

El modelo avanza hipótesis sobre el tamaño de dichas estelas respecto a la altura de las rugosidades. Ellas han sido verificadas experimentalmente en forma exitosa.

Las ecuaciones resultantes hacen intervenir un coeficiente β asociado a la estructura de las estelas. Este coeficiente β ha sido medido para algunas geometrías regulares de elementos rugosos, así como para algunos sedimentos naturales.

ABSTRACT

A friction law for open channel flow on large roughness. Taking into account the wakes past the elements, a model has been developed in order to extend the logarithmic law to the calculation of friction factors in the case of large roughness flow in open channels.

The model postulates a relationship between the thickness of the wake and the height of the roughness elements; this conjecture has been checked successfully through adequate experimental data.

The relationship contains a coefficient β associated to the wakes. This coefficient has been measured for some regular shapes of roughness elements and also for some natural sediments.

INTRODUCCION Y PROPOSITO

Existe un cierto consenso en que los coeficientes de fricción en un escurrimiento a superficie libre se pueden estimar a partir de la ecuación logarítmica de Prandtl siempre que se incluyan factores que tomen en cuenta la forma y distribución de los elementos rugosos así como el tipo de sección <1,2,3>. Pero ocurre que tanto del punto de vista teórico <4> como del experimental <5,6> se demuestra que la ley de Prandtl ya no puede aplicarse si el escurrimiento es macrorugoso, esto es, si la profundidad es del orden de

magnitud de la altura de las rugosidades. Ahora bien, los escurrimientos macrorugosos son de importancia fundamental en varios aspectos de la hidráulica de canales: como un ejemplo muy claro se puede citar el cálculo de la fricción en ríos de montaña, otro ejemplo es la calibración de modelos distorsionados de ríos.

No existe aparentemente un modelo que permita explicar la mecánica de los escurrimientos macrorugosos. El propósito de este trabajo es justamente proponer un modelo simple para la fricción sobre macrorugosidades y verificarlo a través de experiencias adecuadas.

BASES CONCEPTUALES

Cuando la ley logarítmica de Prandtl es válida ella puede escribirse como (ver Figura N° 1):

$$\frac{u}{V_*} = \frac{1}{\kappa} \text{Log} \left(\frac{y}{\alpha a} \right) + B \quad (1)$$

Aquí

u : Velocidad a la altura y

V_* : Velocidad de corte en el contorno

κ : Constante de Von Kármán (cercana a 0.4 para fluidos puros)

a : Altura de los elementos rugosos

B : Función aditiva, que se hace constante para números de Reynolds

$Re_* = V_* a / \nu$ suficientemente grandes. Su valor entonces es cercano a 8,5

α : Es el factor de rugosidad o función de textura <7> que se define como:

$$K_s = \alpha a \quad (2)$$

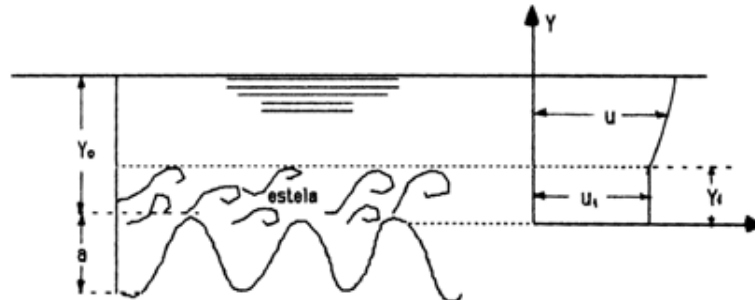


FIGURA 1

en donde K_s es la rugosidad de la arena correspondiente a los ensayos de Nikuradse. Solo para esta referencia $\alpha = 1$. En el caso general α es mayor que la unidad y depende de la forma y distribución de los elementos rugosos. Se han desarrollado en el pasado investigaciones para el cálculo teórico (8,9) y la determinación experimental (7,10,16) de α en varios casos de interés. Todo esto es aplicable si $y \gg K_s$; si $y = 0$ (K_s), la ley expresada por la ecuación (1) no es verificada. El motivo es que sobre las rugosidades se desarrolla un complejo proceso de separación, formándose estelas y torbellinos. Estos torbellinos tendrán un tamaño que puede razonablemente estimarse como el de la altura a . Entonces, si $y \gg a$ se concibe que las estelas formadas sobre y entre los elementos rugosos no intervengan directamente, pero si $y = 0(a)$, resulta posible suponer que será la magnitud y estructura de estas estelas las que definan directamente la fricción global. Se han realizado intentos de tomar en cuenta el arrastre hidrodinámico de estas estelas (9). Así mismo, Montes (8) ha desarrollado un modelo en que la influencia de las estelas es discutida. Ashida y Bayazit (11) han medido distribuciones de velocidad en un fondo rugoso y allí se observa el efecto de las estelas en forma muy vívida.

MODELO PROPUESTO

Haciendo referencia a la Figura N° 1, se avanzan las siguientes conjeturas:

- La estela tiene una velocidad esencialmente constante u_1 en todo su espesor y_1 .
- Desde el borde mismo de la estela es válida la ley logarítmica bajo la forma de la ecuación (1).

Bajo estas hipótesis, la velocidad media en la vertical de profundidad y_0 será:

$$V = \frac{u_1 y_1}{y_0} + \frac{1}{y_0} \int_{y_1}^{y_0} u \, dy \quad (3)$$

Introduciendo la expresión (1) para u se obtiene para el coeficiente adimensional de Chézy C_* :

$$\frac{V}{V_*} = C_* = \frac{1}{\kappa} \log \frac{y_0}{\alpha a} + B - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \frac{y_1}{y_0} + \frac{y_1}{y_0} \left(\frac{u_1}{V_*} - \frac{1}{\kappa} \log \frac{y_1}{\alpha a} - B \right) \quad (4)$$

Recordando que u_1 debe cumplir con la ley logarítmica, el paréntesis es nulo y entonces:

$$\frac{V}{V_*} = C_* = C_{*0} + \frac{1}{\kappa} \frac{y_1}{y_0} \quad (5)$$

siendo C_{*0} definido como:

$$C_{*0} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{y_0}{\alpha a} + B - \frac{1}{\kappa} \quad (6)$$

C_{*0} representa el coeficiente de Chézy para un escurrimiento en que no hubiese efecto de la estela: la ecuación (5) indica que existe un término adicional dado por $(1/\kappa) (y_1/y_0)$ debido precisamente a la presencia de la estela.

Anora, y_1 no puede calcularse en forma simple, ya que dependerá de la forma y distribución de los elementos rugosos. Pero es plausible suponer que su escala será la de las rugosidades, esto es:

$$y_1 = \beta a \quad (7)$$

en donde β será una constante para una configuración rugosa dada. Entonces, de (5):

$$C_* = C_{*0} + \frac{\beta}{\kappa} \frac{a}{y_0} \quad (8)$$

CONSTANTE EXPERIMENTAL

Si la ecuación (8) es correcta, debe ocurrir que la diferencia $(C_* - C_{*0})$ sea lineal con a/y_0 para una rugosidad dada.

La eventual comprobación de esta conjetura requiere emplear datos experimentales en que:

- La rugosidad sea perfectamente regular
- a/y_0 sea el orden de la unidad
- Se pueda estimar la función de textura α

La primera condición excluirá ensayos con rugosidad formada por sedimentos naturales; empero se pueden probar si ellos son regulares y de una uniformidad suficiente.

Se emplearon seis bancos de datos, cuyas características globales se resumen en el Cuadro N° 1. Cabe agregar que los valores de α en algunos casos se tomaron de la literatura (13,15) y en otras se obtuvieron mediante un ajuste gráfico. Asimismo hay que hacer notar que los cantos rodados usados por Aguirre eran muy uniformes.

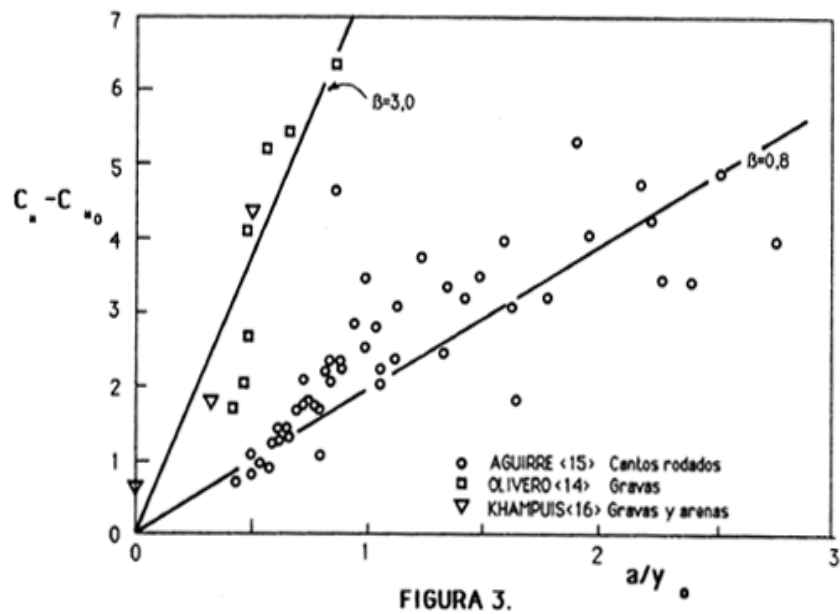
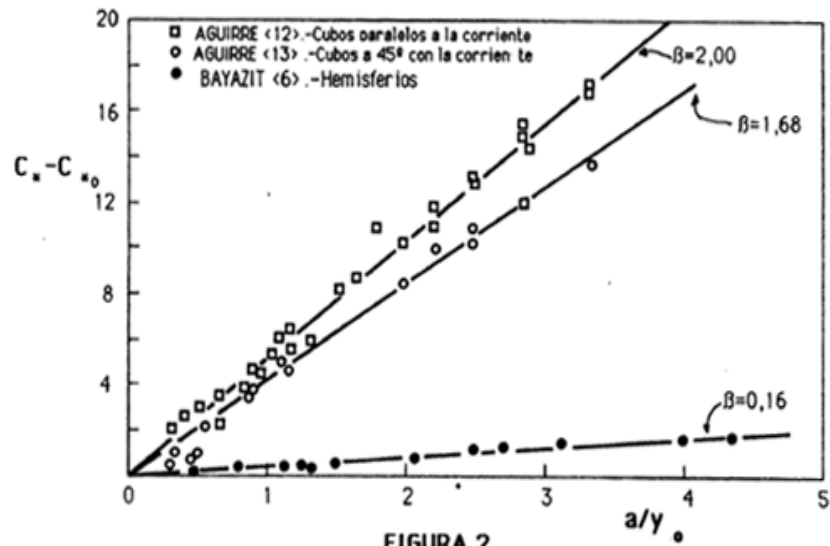
CUADRO N°1 - RESUMEN DE DATOS EXPERIMENTALES.-

Autor	Ref.	Ancho canal cm	Tipo rugosidad	Densidad superficial	Magnitud	a mm	α	β
AGUIRRE	12	50	Cubos de lado a paralelos a la corriente	0,16	a	50	3,2	2,0
AGUIRRE	13	50	Cubos de lado a.A 45° con la corriente	0,16	a	50	6,0	1,68
BAYAZIT	6	25	Hemisferios de diámet. d	máx.	d/2	11,5	3,0	0,16*
AGUIRRE	15	100	Cantos rodados.Dimensión vertical dz Una capa	máx.	dz	64	1,0	0,80
OLIVERO	14	10	Gravas.Varias capas	-	d90	10 a 23	2,5	3,0 *
KHAMPUIS	16	38	Arenas y gravas	-	d90	0,5 a 90	2,0	-

(*) Efecto de pared corregido por el método de Einstein (17)

En la Figura N° 2 se puede observar la diferencia ($C_* - C_{*0}$) graficada como función de a/y_0 . La tendencia lineal que se requiere para la verificación de la ecuación (8) es bastante clara en el caso de rugosidades geométricamente regulares. Sobre la Figura N° 3 se encuentran graficados los valores correspondientes a sedimentos. La tendencia lineal requerida por la ecuación (8) también se observa en forma clara. Existe una marcada diferencia de pendiente entre los datos de Aguirre por un lado y los de Olivero por otro. Probablemente esto se debe a que Aguirre trabajó con un sedimento muy uniforme dispuesto en una sola capa, en tanto que Olivero y Khampuis usaron sedimentos en varias capas, de modo de acercarse a la situación natural.

Los valores de β obtenidos de las rectas se encuentran en la última columna del Cuadro N° 1. En el caso de sedimentos naturales, el valor que se obtiene ($\beta = 3,0$) es del orden de los valores para cubos por Aguirre, lo que parece razonable.



Sobre la Figura N° 4 se muestra una comparación entre los coeficientes de Chézy medidos por Aguirre y Bayazit y los calculados de la ecuación (8). Asimismo se han dibujado allí los coeficientes de Chézy C_{*0} calculados de la fórmula (6), esto es, en el caso en que la estela no se toma en cuenta. El ajuste con la nueva fórmula que se ha propuesto es muy bueno y la discrepancia que se observa con la fórmula logarítmica clásica muestra que ésta no puede aplicarse en flujo macrorugoso. Ambas fórmulas se confunden para $a/y_0 < \approx 0,1$ lo que coincide con el juicio de Yalin <5> sobre el límite de la ley logarítmica.

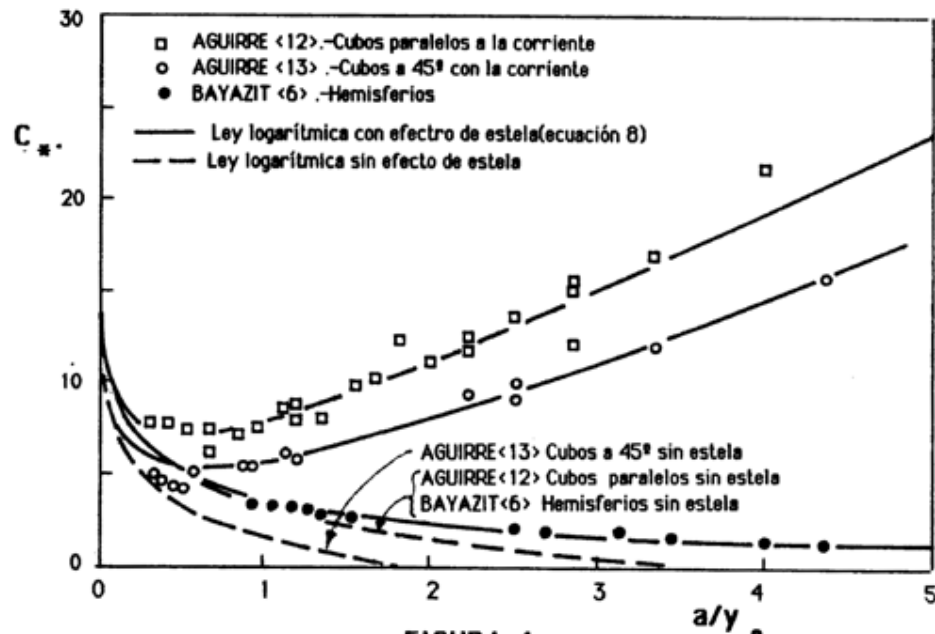


FIGURA 4

Como un comentario final, cabe decir que lo que aquí se ha logrado es verificar algunas hipótesis que aclaran la mecánica del escurrimiento macrorugoso. Para que el planteamiento expuesto tenga un valor permanente es necesario conocer el coeficiente de estela β en una amplia gama de situaciones. Esta labor queda por hacer.

CONCLUSIONES

1. Se ha planteado un modelo simple para los coeficientes de fricción en el escurrimiento a superficie libre sobre macrorugosidades. Este modelo postula la combinación de una estela y un núcleo logarítmico para describir la distribución de velocidades.

2. Las ecuaciones resultantes se han contrastado con experiencias realizadas con rugosidades artificiales y con sedimentos naturales; las experiencias han confirmado las hipótesis que se avanzaron.

3. El modelo introduce un coeficiente de estela que depende de la forma y disposición de los elementos rugosos. El conocimiento detallado de la dependencia funcional de este coeficiente requeriría de una investigación experimental específica, la cual queda por hacer.

RECONOCIMIENTOS

El presente trabajo se realizó como parte de un Convenio suscrito entre la Universidad de Los Andes y el Laboratorio Nacional de Hidráulica de Venezuela. El CDCHT de la Universidad de Los Andes apoyó la investigación a través del financiamiento al Proyecto I-204.

REFERENCIAS

- <1> MARCHI, E.: "II Moto Uniforme delle Corrente Liquide nei Condotti Chiusi e Aperti", L'Energia Elettrica, Milano, Abril (1961)
- <2> FUENTES, R.: "Influencia de la Rugosidad Artificial sobre la Rugosidad Absoluta en Canales", Tesis Ingeniería Civil, Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Chile, Santiago, Chile, Septiembre (1964)
- <3> ROUSE, H.: "Critical Analysis of Open-Channel Resistance", J.H.D., A.S.C.E., HY4, Julio (1965)
- <4> TOWNSEND, A.A.: "The Structure of Turbulent Shear Flow", 2a. Ed., Cambridge University Press, Cambridge, U.K., (1972)
- <5> YALIN, N.S.: "Mechanics of Sediment Transport", 2a. Ed., Pergamon Press (1977)
- <6> BAYAZIT, M.: "Free Surface in a Channel of Large Relative Roughness", J.H.R. 14, N° 2, (1976)

- <7> FUENTES, R., GARCIA, J.J. y CARRASQUEL, S.: "Sobre la Rugosidad de Superficies Compuestas", X Congreso Latinoamericano de la AIH, Ciudad de México, México, Octubre (1980)
- <8> MONTES, S.: "Una nueva teoría del Escurrimiento Bidimensional Sobre un Contorno con Rugosidad Artificial", III Congreso Latinoamericano de la AIH, La Plata, Argentina (1968)
- <9> HIRANO, M. y IWAMOTO, M.: "Study on Flow Resistance in Torrential Streams", Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Vol. 41, N° 1, Japón, Marzo (1981)
- <10> SAYRE, A. y ALBERTSON, M.: "Roughness Spacing in Rigid Open Channels", J.H.D., A.S.C.E., Mayo (1961)
- <11> ASHIDA, K. y BAYAZIT, M.: "Initiation of Motion and Roughness of Flow in Steep Channels", XV Congress of IAHR, Estambul, Turquía (1973)
- <12> AGUIRRE, J.: "Incipient Erosion in High Gradient Open Channel Flow with Artificial Roughness Elements" XVI Congress of IAHR, Sao Paulo, Brasil (1975)
- <13> AGUIRRE, J.: "Arrastre de Sedimentos Gruesos en Ríos Tormentosos de Gran Pendiente", Informe Inédito, Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, Septiembre (1975)
- <14> OLIVERO, M.L.: "Movimiento Incipiente de Partículas en Flujo Torrencial", Trabajo de Ascenso a Profesor Asociado, Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, Julio (1984)
- <15> AGUIRRE, J.: "Fricción y Tensión Crítica de Gravas", Informe inédito, Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, (1984)
- <16> KAMPHUIS, J.W.: "Determination of Sand Roughness for Fixed Beds", J.H.R. 12, N° 2 (1974)
- <17> VANONI, V.A. Ed.: "Sedimentation Engineering", J.H.D., A.S.C.E., (1977)