

# Análisis numérico simple del fenómeno de transferencia de calor en tuberías enterradas

## Simple numerical analysis of the phenomenon of heat transfer in buried pipes

Vielma, Giovanni <sup>1\*</sup>; Santos, Rafael <sup>2</sup>; Muñoz, Jesús <sup>2</sup>; Villamar, Carlos <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Francisco de Miranda, Coro-Venezuela.

<sup>2</sup>Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica

Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela.

\*gaw22@yahoo.com

### Resumen

*El problema de transferencia de calor desde una tubería enterrada tiene muchas aplicaciones. Estas aplicaciones pueden ser a pequeña escala como sistemas de calefacción por suelo radiante y a gran escala tuberías de petróleo o de gas. Este trabajo se realizó con el objetivo de estudiar el problema de enfriamiento de las aguas asociadas a la producción petrolera, si estas aguas van a ser transportadas varios kilómetros, se busca investigar la caracterización del enfriamiento subterráneo. Para esto, se considera la solución numérica de un modelo simple de transferencia de calor desde una tubería enterrada. El modelo no considera todos los factores físicos que podrían afectar la distribución de temperatura alrededor de la tubería, es por ello que se considera como un modelo simple. Este trabajo, consideró transferencia de calor en tres dimensiones. La región considerada incluye la tubería y el suelo alrededor de ésta por debajo de la superficie. Se supone que se ha alcanzado una distribución de temperatura en estado estable, lo que implica que el flujo de calor es constante en toda la región. A pesar de todas estas simplificaciones, la solución da una buena perspectiva acerca de la difusión del calor en toda la región. La simulación se realiza utilizando el método de elementos finitos a través de los programas ANSYS V11 y MAPLE. Para comparar la bondad de los resultados obtenidos, se utilizó un análisis estadístico simple, usando la media y la desviación estándar de las diferencias entre los resultados y el patrón de comparación. Los valores obtenidos no se mencionan numéricamente, sino cualitativamente como buenos o aceptables, debido a que se observaron incertidumbres mucho menores que las presentadas por las correlaciones clásicas en transferencia de calor.*

**Palabras clave:** Transferencia de calor, simulación, tubo subterráneo, energía, estado estable, geotérmica.

### Abstract

*The heat transfer problem from a buried pipeline has many real world applications. At small scale systems, these applications can be under floor heating pipes and large scale oil or gas pipelines. The principal goal of this work is the underground water cooling characterization associated to the production of petroleum. This paper considers the numerical solution of a buried pipeline heat transfer simple model. The model does not consider all the physical factors that could affect the temperature distribution around the pipe and it is considered as a simple model. Three dimensional heat transfers are considered. The region includes the pipe and the below level ground around the pipe. It assumes that the steady state temperature distribution has been reached, which means that the heat flux is constant over the entire region. Despite all these simplifications, the solution can still give good overview about heat diffusion throughout the region. The simulation is performed by using the finite element method through ANSYS V11 and MAPLE programs. To compare the goodness of the results, a statistical simple analysis was made, by using the mean and standard deviation between the results and the comparison pattern. The values obtained are listed qualitatively as good or acceptable. Much lower uncertainties than the classical heat transfer correlations were observed.*

**Key words:** Heat transfer, simulation, buried pipeline, energy, steady state, geothermal

## 1 Introducción

El problema de la transferencia de calor desde una tubería enterrada es un problema de conducción de calor clásico que tiene muchas aplicaciones (Fontalvo, R. y col., 2009). Estas aplicaciones pueden ser a pequeña escala como sistemas de calefacción por suelo radiante como el sistema Ondol utilizado en Corea que utiliza el calor generado por las cocinas (Chung y col., 1999) o aplicaciones a mayor escala como tuberías de petróleo o de gas, ya sea en el fondo del mar o bajo tierra. La agricultura tiene otras aplicaciones donde se toma en consideración la transferencia de calor de los tubos (Dayan y col., 1984). El calentamiento del suelo en la agricultura es un método eficaz para el aumento del rendimiento de los cultivos y las tasas de crecimiento, y puede ser eficaz desde el punto de vista del costo si se utilizan fuentes de energía tales como calor residual industrial, la energía geotérmica o solar al tiempo que colabora con mejoras al medio ambiente al no utilizar fuentes convencionales para tal efecto (Conway, 2010).

La industria petrolera tiene un claro interés en el campo de la transferencia de calor de tubos enterrados, y muchas empresas de investigación dedican considerables recursos intentando modelar los efectos (Ovuworie, 2008). Una razón para esto es que la temperatura y la presión afectan la viscosidad del fluido que viajara través de la tubería. Esto puede, a su vez, determinar el estado del fluido que fluye a través de la tubería (es decir, líquido y/o gas). Otro motivo de preocupación particular en los crecientes volúmenes de petróleo y gas proveniente de las regiones del Ártico es el efecto de congelación de las tuberías de petróleo y gas en las cercanías de permafrost (Sadegh y col., 1987). De allí la importancia de avanzar en el estudio de las tuberías enterradas.

La resistencia térmica para la transferencia de calor entre la superficie de un tubo enterrado y la superficie del suelo ha sido calculado para el caso donde ambas superficies son isotérmicas (Eckert y col., 1959; Boelter y col., 1965; Schenck, 1959), a través del uso de superposición de soluciones con líneas de fuente y sumidero. Una solución para el caso de Dirichlet basada en la solución de la ecuación diferencial gobernante formulada en el sistema de coordenadas bicilíndricas está también disponible (Yovanovich, 1989). Además, el impacto que las condiciones de frontera tienen sobre la resistencia térmica, en el caso en el cual la superficie del suelo permanece isotérmica pero la superficie del tubo está sometida a flujo de calor uniforme ha sido examinado (Lebedev y col., 1965; Thiyagarajan y col., 1974). La solución planteada por Lebedev y col. (1965) presenta un error tal como señala y corrige Thiyagarajan y col. (1974).

Muchos de los problemas de la ingeniería y de las ciencias aplicadas están gobernados por ecuaciones diferenciales o integrales. La complejidad de la geometría o de las condiciones de frontera halladas en muchos de los proble-

mas del mundo real impide obtener una solución exacta del análisis considerado, por lo que se recurre a técnicas numéricas de solución de las ecuaciones que gobiernan los fenómenos físicos. El Método de los Elementos Finitos es una de estas técnicas numéricas, muy apropiado para su implementación en computadores (dada su facilidad para el manejo de algoritmos numéricos, rapidez en los cálculos y precisión en la respuesta). Esta técnica puede ser aplicada para resolución de problemas de diversa índole: mecánica de sólidos, mecánica de fluidos, transferencia de calor, vibraciones, entre otros. Los procedimientos para la resolución de los problemas en cada uno de estos campos son similares.

En este trabajo, consideramos la solución numérica de un modelo simple de transferencia de calor desde una tubería enterrada. El modelo no considera todos los factores físicos que podrían afectar la distribución de la temperatura alrededor de la tubería. Estos pueden incluir, por nombrar sólo unos pocos, humedad en el suelo, los efectos de la gravedad, propiedades físicas debido a la formación geológica alrededor de la tubería, y la conductividad térmica variable a lo largo la región de interés.

La mayoría de los modelos hacen suposiciones idealizadas, tales como propiedades térmicas constantes del suelo que rodea la tubería, para facilitar una solución. En este trabajo, se consideró transferencia de calor en tres dimensiones. La región que se está considerando incluye la tubería y el suelo alrededor por debajo del nivel superficial. También se supone condiciones en estado estable, de manera que se puede ignorar cualquier dependencia del tiempo, lo que también implica que el flujo de calores constante en toda la región. A pesar de todas estas simplificaciones, la solución puede todavía arrojar una buena perspectiva de cómo el calor puede ser difundido en toda la región. La simulación se realiza utilizando el método de elementos finitos a través del programa ANSYS V11.

## 2 Descripción del modelo

En este trabajo, se desea estudiar la transferencia de calor desde agua que fluye a través de una tubería enterrada en el suelo. El fluido entra a la tubería a 100°C y sale a 35°C. La tubería tiene radio interior:  $r = 0.5\text{m}$ , radio exterior:  $R = 0.54\text{m}$ , longitud:  $l = 5\text{m}$  y está enterrada a una profundidad:  $h = 10\text{m}$  debajo de la superficie de la tierra. La superficie del suelo está expuesta a aire a una temperatura,  $T$ , constante igual a 35°C.

Se desarrolló un modelo numérico tridimensional para simular la transferencia de calor en estado estable desde una tubería enterrada. El modelo se formula utilizando la técnica de elementos finitos. El análisis por elementos finitos se realizó con el programa ANSYS V11.

El sistema físico es simétrico en geometría, propiedades del material y cargas, entonces es computacionalmente ventajoso modelar sólo una porción representativa. Este modelo presenta simetría plana, la cual se tiene cuando una mitad de la estructura es un espejo de la otra mitad.

En este estudio se considera que la temperatura de la superficie del suelo es uniforme en toda la superficie con un valor de  $T = 35^{\circ}\text{C}$  y que la temperatura de la pared interior del tubo tiene una distribución lineal con respecto a la dirección longitudinal de la tubería, según la Ec. (1)

$$T(z) = -13z + 100 \quad (1)$$

Donde  $z$  es la coordenada en la dirección longitudinal.

No se consideran efectos de transferencia de calor por convección ni desde el aire circundante ni desde el agua, de modo que sólo se analiza conducción a través de la tubería y el suelo circundante. Asimismo, las propiedades de los sólidos son uniformes. La conductividad térmica para la tubería (acero AISI 1010) y el suelo (Arena) son  $k_1 = 63.9 \text{ W/mK}$  y  $k_2 = 0.27 \text{ W/mK}$ , respectivamente (Incropera y col., 2006), (Cengel y col., 2011).

En este modelo no existe transferencia de calor a través del plano de simetría. Asimismo, todas las superficies excepto la expuesta al aire y la pared interior de la tubería son adiabáticas. En análisis térmicos en ANSYS, cuando las condiciones de borde no son especificadas a lo largo de una frontera, el aislamiento es impuesto automáticamente. Por lo tanto, en la simulación sólo se aplicaron las condiciones de borde correspondientes a la superficie expuesta al aire y la pared interior de la tubería.

La utilización del elemento SOLID 87, entre los que presenta el ANSYS; SHELL y SOLID (BEAM, no se considera), se seleccionó SOLID, por ser, de acuerdo a la bibliografía, el que funciona mejor con estructuras que se encuentran sometidas a procesos de transferencia de calor, debido a su configuración de temperatura centrada en el elemento, se descarta el SOLID 70 por tener una interpolación lineal, seleccionando el 87 por tener interpolación cuadrática al igual que el 90, pero éste, el 87, posee la mitad de nodos, lo que acelera el tiempo computacional sin comprometer la convergencia (NIST NCSTAR 1, 2005), (User's Manual ANSYS, 2005). Una vez definidas las condiciones, se procede a realizar el mallado de los elementos a estudiar, este mallado se presenta en la Fig. 1

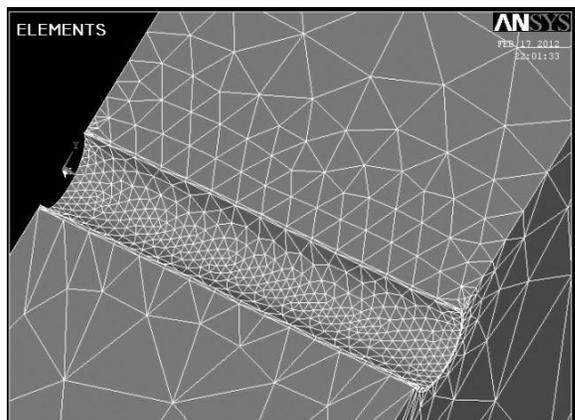


Fig.1 Mallado de la tubería y los alrededores

### 3 Resultados

Realizados los correspondientes ajustes de afinamiento tanto del mallado como de las condiciones de frontera, se obtienen los resultados mostrados en las Fig. 2 y 3. La Fig. 2 muestra la variación global de la temperatura en todo el campo y en la Fig. 3 se puede ver en detalle, la variación de temperatura en los alrededores de la tubería.

Para comprobar los resultados se procede a realizar los cálculos utilizando un procedimiento analítico presentado por Thiyagarajan y col (1974), y Yovanovich (1989), definiendo una trayectoria de comparación como se muestra en la Fig. 4

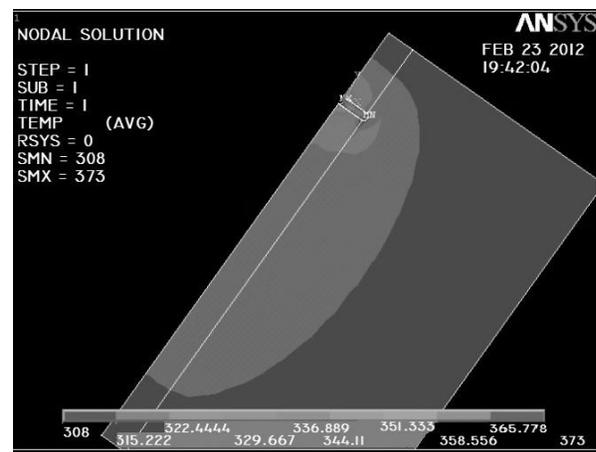


Fig. 2 Distribución de temperatura

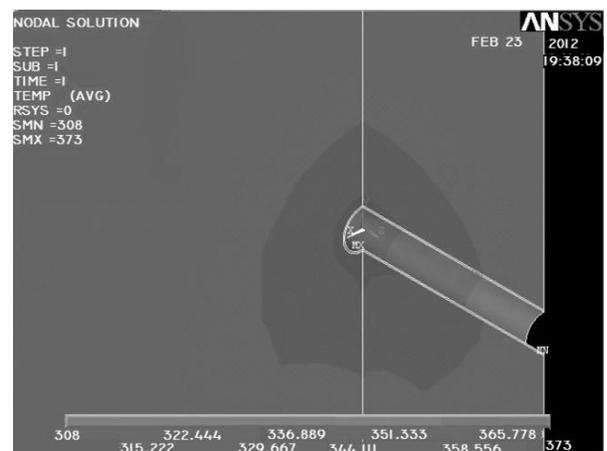


Fig. 3 Detalle de la distribución de temperatura en los alrededores de la tubería

En lo que respecta a la superficie de simetría, como se ve en la Fig. 5, los puntos del suelo cercanos a la tubería presentan temperaturas similares a las que se tienen en la pared interna del tubo.

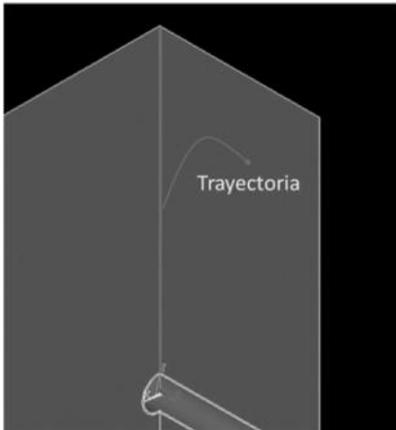


Fig. 4 Trayectoria en el espacio simulado

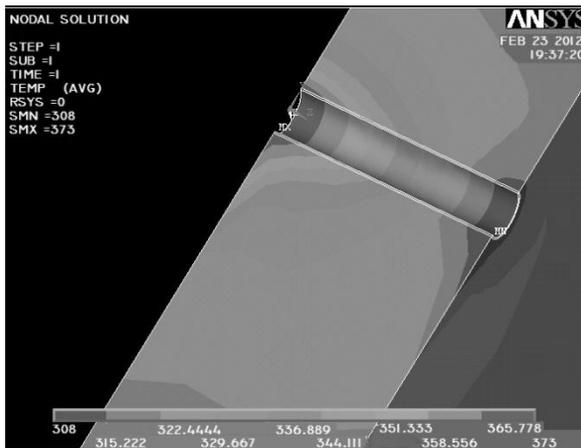


Fig.5. Temperaturas sobre los puntos ubicados en la pared interna de la tubería.

En la Fig. 6 se puede observar los valores obtenidos en la trayectoria definida

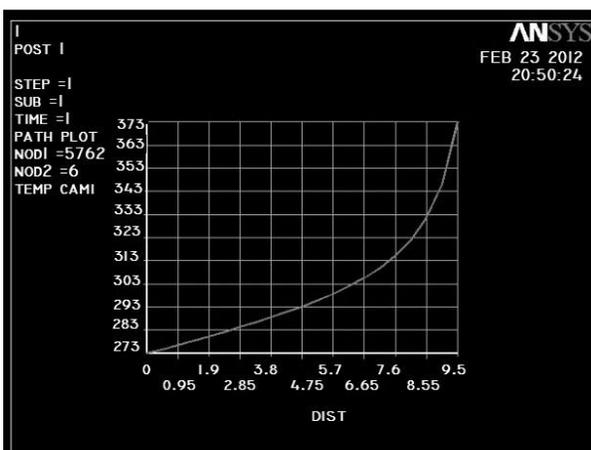


Fig. 6 Resultados de los valores obtenidos en la trayectoria definida

### 4 Discusión

En esta sección se hace la comparación entre la solución analítica y la numérica.

La validez del modelo propuesto se realiza mediante la comparación de sus resultados con la solución analítica disponible para la conducción de calor bidimensional (Thiyagarajany col., 1974).

La ecuación diferencial que rige para la transferencia de calor en estado estable a través de un medio homogéneo e isotrópico de conductividad térmica  $k$  en coordenadas bicilíndricas viene expresada según la Ec. (2) (Yovanovichy col., 1989; Magnusy col., 1949)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} = 0 \tag{2}$$

Donde,  $\eta$  y  $\psi$  son las coordenadas bicilíndricas ver Fig. 7. La superficie de la tierra es  $\eta = 0$ , y tiene la temperatura  $T = 0$ . La superficie de la tubería  $\eta = \eta_0$ , tiene una condición de frontera de flujo constante (Yovanovichy col., 1989).

$$\frac{k}{g_n} \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} = \frac{Q}{2\pi r_0} \tag{3}$$

El coeficiente métrico en la dirección  $\eta - g_\eta$ , es decir, normal a la superficie de la tubería, está dado por la siguiente expresión (Yovanovichy col., 1989; Magnus y col., 1949).

$$g_\eta = \frac{a^2}{[\cosh \eta - \cos(\psi)]^2} \tag{4}$$

Donde  $a$  es la distancia desde la superficie de la tierra al origen del sistema de coordenadas. Por simetría las otras condiciones de frontera son  $\partial T / \partial \psi = 0$  en  $\psi = 0$  y  $\psi = \pi$ .

La Ec. (2) se puede separar en dos ecuaciones diferenciales ordinarias cuyas soluciones dependen de funciones trigonométricas y funciones hiperbólicas. Por el método de separación de variables, la solución de la Ec. (2) que satisface las condiciones de contorno es (Thiyagarajany col., 1974).

$$T(\eta, \psi) = \frac{Q}{\pi k} \frac{\eta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\eta_0}}{n \cosh n\eta_0} \sinh n\eta \cos n\psi \tag{5}$$

Donde  $Q$  es la tasa de transferencia de calor por unidad de longitud y  $\eta_0$  está relacionada con el radio de la tubería  $r_0$  y la distancia desde la superficie del suelo a la línea del centro de la tubería,  $\omega$  se determina según la Ec. (6) (Yovanovichy col., 1989)

$$\omega = r_0 \cosh \eta_0 \tag{6}$$

La Ec. (5) difiere de la solución dada por Lebedev

(1965), en que no contiene el término  $1/\sinh(\eta_0)$ .

La tasa de transferencia de calor para un sistema multidimensional en estado estable donde sólo dos temperaturas límites están involucradas (Chung y col., 1999)

$$Q = kS\Delta T \tag{7}$$

Donde  $\Delta T$  es la diferencia de temperatura entre las dos superficies y  $S$  es el factor de forma. La diferencia de temperatura entre las dos superficies es  $\Delta T$ . El factor de forma para un tubo enterrado viene dado por la siguiente ecuación. (Chung y col., 1999)

$$S = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}(\omega/r_0)} \tag{8}$$

Debido a que  $\omega = 10$  y  $r_0 = 0.5$ , entonces  $S = 1.70$ , la conductividad térmica para el suelo es  $k=0.27$  W/m K, (Incropera y col., 1999) por lo tanto de la ecuación (7) se tiene que  $Q = 70.33$  w/m, por otra parte, de la Ec. (6) se obtiene que  $\eta_0 = 3.69$

Para realizar una comparación con los resultados conseguidos numéricamente se obtiene una solución analítica para la trayectoria mostrada en la Fig. 7, esto es a través de la Ec. (5) para  $\psi = \pi$  y  $0 \leq \eta \leq \eta_0$ . Utilizando incrementos para  $\eta$  de 0.1 y tomando 1000 términos para la suma, mediante el software MAPLE

Para la solución numérica se toma como trayectoria la intersección entre el plano de simetría y la superficie  $Z=0$ , entre la superficie del suelo y la pared interna de la tubería Fig. 7. Ahora bien, para poder obtener una solución analítica se tomo la temperatura en la superficie del suelo igual a  $0^\circ\text{C}$ , este valor se modifico en el código antes de correr el modelo para obtener los valores de temperatura en la trayectoria seleccionada.

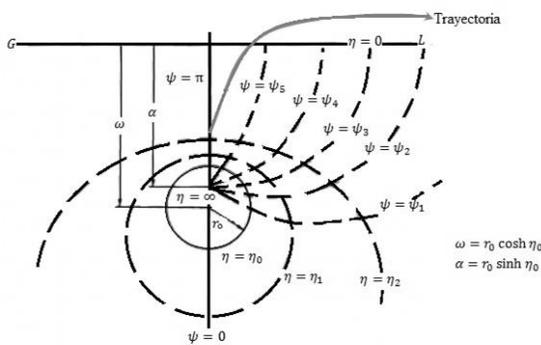


Fig. 7 Visualización de la trayectoria en el plano de simetría del cálculo analítico

Por otra parte, ANSYS arrojó los resultados en coordenadas cartesianas y la solución analítica disponible está en coordenadas bicilíndricas, por lo tanto es necesario transformar lo obtenido numéricamente también a coordenadas

bicilíndricas, esto se hace a través de la expresión:

$$x = \frac{a \sinh(\eta)}{\cosh \eta - \cos(\psi)} \tag{9}$$

Donde:

$$a = r_0 \sinh \eta_0 = 0.5 \sinh 3.688 = 9.987 \tag{10}$$

Mediante el software MAPLE versión 12, se graficó simultáneamente la solución analítica y la solución numérica, los resultados obtenidos pueden observarse en la Fig. 8, en ella se aprecia que en los puntos cercanos a la superficie del suelo, las temperaturas son similares, sin embargo, principalmente en los valores intermedios se tienen diferencias considerables incluso alrededor de  $10^\circ\text{C}$ , esto es atribuible al hecho de que en el modelo tridimensional se permite la transferencia de calor en la dirección longitudinal lo cual conlleva a que las temperaturas en la solución numérica sean menores.

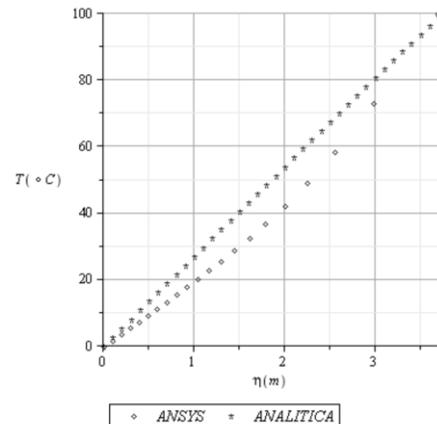


Fig. 8 Comparación de la trayectoria analítica y numérica

### 5 Conclusiones

Aunque los resultados obtenidos presentan diferencias, estas pueden considerarse aceptables, teniendo en cuenta las simplificaciones que se realizaron. Los resultados obtenidos permiten observar la distribución de temperaturas y el cálculo del calor para la caracterización del enfriamiento del fluido.

Este estudio presenta los primeros resultados cuya finalidad fue sentar los fundamentos para realizar un estudio con más detalle.

Los resultados han permitido calibrar las condiciones de frontera y permitir determinar la necesidad de realizar modificaciones que lleven a un modelo con mayor complejidad.

Este modelo se ha comenzado a construir y se espera presentarlo en un futuro cercano, el modelo hasta los momentos considera, transferencia de calor por convección en

la frontera externa a la superficie del terreno y además convección forzada en el interior de la tubería.

## Referencias

- Boelter L, Cherry V, Johnson H, Martinelli, 1965, Heat Transfer Notes, McGraw-Hill, New York, DP. pp. 297-299.
- Cengel, Yunus A, Ghajar Afshin J, 2011 Heat and Mass Transfer. 4th Edition. McGraw-Hill, USA.
- Chung M, Jung P S, Rangel R., 1999, Semi-analytical solution for heat transfer from a buried pipe with convection on the exposed surface. International Journal of Heat and Mass Transfer 42 pp. 3771-3786
- Conway M, 2010, Heat Transfer in a Buried Pipe, The University of Reading: School of Mathematical and Physical Sciences
- Dayan A, Merbaum A, Segal I, 1984, Temporary Distributions around Buried Pipe Networks, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol 27, Issue 3, pp 409-417
- Eckert E, Drake R, 1959, Heat and Mass Transfer, Second ed., McGraw-Hill, New York, pp. 60-64.
- Fontalvo, R. y Silva V, 2009, Modelo físico-matemático simplificado para diseño de sistemas pasivos de climatización por conductos enterrados. Trabajo final de grado, Ingeniero mecánico, tutores: Segura, J. y Lorenzo, E. Escuela de Ingeniería Mecánica, UCV
- Incropera F, DeWitt D, 2006, Introduction to Heat Transfer. 5th Edition. Prentice Hall, USA.
- Lebedev N, Skalskaya I, Uflyand Ya, 1965, Problems in Mathematical Physics, (translated from Russian). Prentice Hall.
- Magnus W, Oberhettinger F, 1949, Formulas and Theorems for the Functions of Mathematical Physics, Chelsea Publishing Co., New York, 1949, pp. 153.
- NIST NCSTAR 1 (2005), Final Report on the Collapse of the World Trade Center Towers, National Construction Safety Team for the Federal Building and Fire Safety Investigation of the World Trade Center Disaster, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
- Ovuworie C, 2008, Partially Buried Pipe Heat Transfer Presentation.
- Sadegh A, Jiji L, Weinbaum S, 1987, Boundary integral equation technique with application to freezing around a buried pipe, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol 30, Issue 2, pp 223-232.
- Schenck H, 1959, Heat Transfer Engineering, Prentice-Hall, pp. 35-46.
- Thiyagarajan R, Yovanovich M, 1974, Thermal Resistance of a Buried Cylinder with Constant Flux Boundary Condition, Journal of Heat Transfer, Vol. 96, No. 2, May, pp. 249-250.
- User's Manual ANSYS 10.0 (2005), SAS IP Inc., Southpointe, 275 Technology Dr. Canonsburg, PA 15317.
- Yovanovich M, 1989, Advanced Heat Conduction, C R C Press LLC.

**Recibido:** 18 de febrero de 2013

**Revisado:** 20 de octubre de 2013

**Vielma V. Giovanni A.:** Profesor Agregado. Ingeniero Mecánico ULA. Especialista en enseñanza de la matemática, mención Educación Superior, Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda.

**Santos L, Rafael J:** Profesor Titular, Ingeniero Mecánico. MSc, University of Iowa-Iowa State-USA. Doctor en Ingeniería Industrial, Universidad Politécnica de Valencia-España. Autor y co-autor de varios artículos científicos. Correo electrónico: rsantosl@ula.ve

**Muñoz G., Jesús A.:** Profesor Agregado, Ingeniero Mecánico, ULA. MSc en Matemática aplicada a la ingeniería, ULA. Investigador PEI ULA, PPI, PEII. Correo electrónico: jesusm@ula.ve

**Villamar L, Carlos G.:** Profesor Agregado, Ingeniero Mecánico, ULA. MSc en Matemáticas Aplicada a la Ingeniería, ULA. Jefe del Laboratorio de Conversión de Energía. Investigador Reconocido por PEII, PEI, PPI. Correo electrónico: villamar@ula.ve.

