Estudio analítico de Ammonites deformados a través del método de Blake

Analytical study the deformed Ammonites through of Blake's method

Bongiorno, Francisco*; Belandria, Norly; Ucar, Roberto.

Escuela de Geológica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Grupo de Investigaciones en Geología Aplicada. (GIGA). Mérida 5101. Venezuela. *frabon@ula.ve

Resumen

La presente investigación, constituye la aplicación del método de Blake, que es basado en la ecuación espiral logarítmica para determinar la deformación de ammonites en rocas, cuya estructura interna es muy similar a la representación gráfica de dicha ecuación. Los procesos geodinámicos que actúan en el interior de la tierra generan deformaciones de acuerdo a la magnitud del esfuerzo, produciendo alargamientos, acortamientos y cambio en las relaciones angulares de las estructuras internas de esas especies fósiles contenidas en las rocas, la cual, es estudiada analíticamente con este método de acuerdo a la deformación longitudinal, la deformación por cizalla y la relación existente entre los ejes que conforman la elipse de deformación, tomando en cuenta el ángulo de cizallamiento y la deformación interna. Las longitudes iniciales de los Ammonites sin deformar, se compararon con las longitudes de los ammonites deformados son medidas en el campo, determinándose que existen longitudes que se alargaron y que coinciden con el eje mayor del elipsoide de deformación y el esfuerzo principal menor, entre 0,34 - 7,68 cm, mientras que los valores en la dirección de acortamiento, coinciden con el eje menor de la misma elipse que corresponde a la dirección del esfuerzo principal mayor, entre 0,04 - 3,94 cm. Estas direcciones de los esfuerzos principales, coinciden con la dirección de vergencia de Los Andes Venezolanos.

Palabras Claves: Deformación, blake, espiral logarítmica, ammonites.

Abstract

This research presents the application of Blake's method, which is based on the logarithmic spiral equation, to determine the strain ammonites in rocks, whose internal structure is very similar to the graphical representation of the equation. The geodynamic processes acting inside the earth generate strains according to the magnitude of the stress, producing lengthening, shortening and change in the angular structures relationship of these fossil species contained in the rocks, which is studied analytically using this method according to the longitudinal strain, the shear strain and the ratio between the ellipse axes forming strain, taking into account the angle and the internal shear strain. The initial lengths of the Ammonites without deforming, compared with the lengths of deformed ammonites are measured in the field, determining that there are lengths lengthened which coincide with the major axis of the ellipsoid strain and minor principal stress between 0,34 to 7,68 cm, while the values in the shortening direction, coincide with the minor axis of the same ellipse corresponding to the direction of the major principal stress, between 0.04 to 3.94 cm. These directions of the principal stresses coincide with the convergence direction of the Venezuelan Andes.

Key words: Deformation, blake, logarithmic spiral, ammonites.

1 Introducción

La determinación de la deformación de ammonites presentes en rocas, depende de la presencia de indicadores

efectivos, las cuales proporcionan suficiente información, para hallar los cambios de longitud y de forma en las diferentes direcciones. La gama de objetos que se pueden emplear para determinar la deformación son los que inicialmente eran esféricos o elipsoidales, como conglomerados, fragmentos de rocas sedimentarias (específicamente areniscas), vesículas en lavas, oolitos y algunos radiolarios.

Si el objeto era inicialmente esférico, la forma del elipsoide de deformación puede determinarse directamente, aunque no se sepan los cambios de volumen implicados Simón (2004).

Este trabajo de investigación se realizó una etapa de campo que consistió en la medición de la elipse de deformación en los fósiles que están preservados, luego se realizan los cálculos pertinentes aplicando la metodología de Blake, la cual permite para finalmente calcular los esfuerzos principales que afectan la zona.

2 Antecedentes

Mosley en Ramsay (2001) muestra algunos modelos de especies que contienen caparazón o concha en forma de espiral, discoidal y espiral equiláteral, la cual, pudiera de alguna manera ser representadas a través de ecuaciones matemáticas y que pueden calcular la deformación de los ammonites en las rocas. Thompson (1941) otorgó ejemplos de conchas de especies de organismos que tenían buena similitud a una espiral logarítmica, es allí cuando se muestra por primera vez algunos ammonites que presentaban alguna deformación, sin embargo, no pudo idear un método para calcular la deformación en los mismos. Heim (1978) fue el primero en generar un método capaz para determinar la cantidad de deformación en los ammonites, pero la colección de fósiles que tenía no estaban bien preservados, lo que dificultó mucho la aplicación de metodología, va que ésta consistía en la buena y bien preservada estructura interna Ramsay (2001). La única técnica útil o disponible en el presente para medir la cantidad de distorsión que se refleja en la espiral logarítmica es la propuesta por Blake y desde entonces solo se ha puesto en práctica en 2 oportunidades, por Tan (1973) que empleó el método de Blake para determinar la deformación de rocas a través de la elipse de deformación aplicando este método en algunas especies de ammonites ubicadas en la localidad de Windgällen, en Suiza y en este estudio, donde se ubicaron especies en rocas deformadas en el Estado Lara, Venezuela. Al final de este trabajo se establecerá la comparación de los resultados de este estudio y por Tan (1973).

3 Marco Referencial

3.1 Descripción del método de Blake

Un número significativo de especies como los ammonites (Figura 1), poseen estructuras duras que tienen forma de un espiral y que se asemejan matemáticamente a una ecuación espiral logarítmica Ramsay (2001).



Fig. 1 Especie de ammonite sin deformar

La expresión matemática de la ecuación espiral logarítmica en forma paramétrica es:

$$r = k e^{\theta \cot \alpha} \tag{1}$$

donde r es el radio vector desde el origen, k es una constante, θ es el ángulo de la curva del espiral cuando se desarrolla y. α es el ángulo que forma la tangente por el punto que intercepta el radio vector con la curva y el radio vector. En la Figura 2 se muestra la relación de estas variables que conforman la ecuación de la espiral logarítmica. El valor de α del espiral se relaciona con la estrechez con valores cercanos a los 90° el embobinado del espiral es firmemente enrollado, mientras que ángulos más bajos, el embobinado del espiral es mar abierto.



Fig. 2. Diferentes formas geométricas de espirales logarítmicas con diferentes ángulos α

Cuando el ammonite está bien preservado y se puede observar la espiral logarítmica deformada y se puede determinar la tensión a través del método de Blake, el cual utiliza características especiales como distancias que van desde el polo de la espiral hasta puntos de la misma. Volviendo a la ecuación de la espiral y considerando los valores de θ en 0, $\pi/2$, π y $3\pi/2$, se pueden encontrar las distancias de OA, OB, OC y OD respectivamente cuyas distancias se muestran en la Figura.3.



Fig. 3. Relaciones de la geometría no deformada con la espiral logarítmica deformada

Aplicando la ecuación (1) y de acuerdo a la Figura 3, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$OA = ke^0 = k \tag{2}$$

$$OB = k e^{(\pi \cot \alpha)/2}$$

$$OC = k e^{\pi \cot \alpha}$$
(3)

$$OD = k e^{(3\pi \cot \alpha)/2} \tag{4}$$

$$OC = k e^{\pi \cot \alpha}$$
⁽⁵⁾

Si se puede dibujar una circunferencia de centro O, con radio $r = \overrightarrow{OC}$ en la espiral no deformada como se muestra en la Figura 3, entonces el valor de r en la dirección \overrightarrow{OB} y \overrightarrow{OD} puede ser $r = (\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OD})1/2$ (Ecuación 6), si la espiral se deforma homogéneamente resulta que los ejes principales están orientados paralelamente a \overrightarrow{OB} y \overrightarrow{OC} respectivamente y el círculo se transforma en la Elipse de Deformación con ejes de longitudes r(1+e_x) y r(1+e_y), por esta razón la relación de la ecuación se convierte en la ecuación (7)

$$OC = (OB.OD)^{1/2} \tag{6}$$

$$R = \frac{(O'B'.O'D')^{1/2}}{\overline{O'C'}}$$
(7)

Donde R establece la relación entre el eje acortado y

el eje alargado.

Se puede pueden observar los ejes de la elipse de deformación por inspección, las mediciones de los diámetros de la espiral deformada son calculadas y por ende, se puede determinar la relación de deformación R. El ángulo α de la espiral no deformada puede calcularse despejando de la ecuación (1), se obtiene:

$$\cot \alpha = \pi^{-1} \log_{e}(\overline{OC}/k) \tag{8}$$

También puede ser calculado como sustituyendo k como se muestra en la Figura 3:

$$\cot \alpha = \pi^{-1} \log_{e} (\overline{O'C'} / \overline{O'A'})$$
(9)

Donde $\overline{O'C'}$ y $\overline{O'A'}$ son valores obtenidos en el campo.

3.2 Relación entre las áreas de la circunferencia y la elipse de deformación.

Una de los datos necesarios para aplicar el método de Blake, en este trabajo se propone que el área del círculo se mantiene después de que esta se deforme y se transforma en una elipse.

$$A_{circulo} = \pi . r^2$$
(10)

$$A_{elipse} = \pi ab \tag{11}$$

Las ecuaciones (10) y (11) muestran ecuaciones de las áreas del círculo y de la elipse, donde r es el radio del circulo, a representa longitud del eje mayor de la elipse y b representa la longitud del eje menor de la elipse. Igualando estas 2 ecuaciones y despejando r que es igual a OC.

$$\overline{OC} = \left[\frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2}\right]^{1/2}$$
(12)

3.3. Determinación del polo y del vector radio de la espiral logarítmica deformada.

En este estudio se propone la siguiente metodología para calcular el centro o polo de la espiral logarítmica. Este procedimiento se puede realizar en la espiral logarítmica sin deformar o deformada y consiste en: por curva más externa de la espiral logarítmica se toma un punto, por ese punto se traza una línea tangente; posteriormente en la curva subsiguiente a la externa que se tomó, se traza una tangente paralela a la trazada anteriormente, obteniéndose un punto. Por los dos puntos donde calcularon las tangentes, se unen con una recta; el mismo procedimiento se hace en otro lado o extremo de la curva distinto al anterior, donde se corten las dos rectas es el polo de la espiral logarítmica. Este procedimiento se muestra gráficamente en la Figura 4.



Fig. 4. Tangentes paralelas a las curvas consecutivas para calcular el polo y el radio vector

4 Metodología

Para aplicar el método de Blake (Twiss, 2000), se ubicaron afloramientos de rocas en el estado Lara que presentaban ammonites deformados, a todas especies fósiles identificadas en el área de estudio se le determinó el centro y el radio vector de la espiral logarítmica deformada como se indica en la Figura 4; así mismo, cada una de las muestras de ammonites que se le observaron la espiral logarítmica deformada, como se muestra en la Figura 5, se le midieron las distancias.

Posteriormente se realizaron las mediciones pertinentes para determinar las deformaciones, en cuanto al alargamiento y acortamiento de la elipse. Esto permite determinar los esfuerzos principales que afectan la zona.

5 Resultados

Las muestras utilizadas para la aplicación del método de Blake y las mediciones de las distancias del eje mayor y menor de la elipse deformada se muestran en la Tabla 1.

Tomando los valores de O'A' y O'C' de la Tabla 1, y despejando α de la ecuación (9), se obtienen los valores de este ángulo y se muestran en las Tablas 2 y 3. Los resultados obtenidos de α indican que el ángulo de curvatura de la espiral logarítmica sin deformar en los ammonites estudiados, oscilan entre 77° y 88° cuyas geometrías se enmarcan dentro de las indicadas y explicadas en la Figura 2.



- Fig. 5. Tangentes paralelas a las curvas consecutivas para calcular el polo y el radio vector. Tomada en la zona de estudio
- Tabla 1. Valores tomados en la zona de estudio en centímetros de los diferentes ejes de la espiral logarítmica deformada

N°	O'A'	O'B'	0´C´	O'D'
Fósil	(cm)	(<i>cm</i>)	(<i>cm</i>)	(cm)
1	2,2	2,7	2,4	3,3
2	0,3	0,6	0,5	0,8
3	6	7,4	6,6	14,8
4	1,6	3,1	2	3,9
6	3	7,7	5,1	13,4
7	5,9	11	6,6	13,1
8	1	1,4	1,2	1,9
9	8,2	10,3	9	14,1
10	5,9	9,2	6,8	12,8
11	3,7	6,1	4,9	10,1
12	2,5	7,2	3,8	7,4
13	3,4	5,5	5,3	7,6
14	4,2	6,4	5,5	8,6
15	3,3	4,7	4,2	5,6
16	3,9	9,4	4,5	10,1
19	4,9	9,9	8,8	15,7
20	4	10,6	8,2	14,4

Tomando los valores de O'A' y O'C' de la Tabla 1, y despejando α de la ecuación (9), se obtienen los valores de este ángulo y se muestran en las Tabla 2. Los resultados obtenidos de α indican que el ángulo de curvatura de la espiral logarítmica sin deformar en los ammonites estudiados, oscilan entre 77° y 88° cuyas geometrías se enmarcan dentro de las indicadas en la Figura 2.

Para calcular el radio de la circunferencia que envuelve la espiral logarítmica que se muestra en la Figura 3, se emplea la ecuación (12), que se deduce de la suposición de que el área de la elipse es igual al área de la circunferencia, es decir variación de forma y conservación del volumen, y con ello se obtiene la distancia OC de la espiral logarítmica. El valor de a es la suma de las distancias O'A' y O'C' de la Tabla 1 de la espiral logarítmica sin deformar y el valor de b es la suma de las distancias O'B' y O'D' de la misma tabla de la espiral logarítmica (ver Figuras 5). Estos valores representan los ejes de la elipse de deformación que circunscribe la espiral logarítmica deformada. (ver Figura 5)

En la Tabla N° 3 se indican los valores de a y b de la elipse de deformación y los valores del radio de la circunferencia, que es igual a la distancia OC en la espiral no deformada.

En estos datos, el valor de a indica valores de acortamiento, además de indicar la dirección y sentido de aplicación de los esfuerzos principales mayor σ l que causaron esa deformación en los ammonites. El valor de b indica valor de alargamiento e indica la dirección y sentido del esfuerzo menor principal σ 3. Como es lógico esperar que el valor de b es mayor que el valor de a, ya que los mismos constituyen los ejes mayor y menor respectivamente del elipsoide de deformación.

Tabla 2. Ángulos que forma la tangente por el punto que intercepta el radio vector con la curva y el radio vector en la espiral logarítmica sin deformar.

NTO	O'C'(<i>cm</i>)	α	NTO	O'C'(<i>cm</i>)	α
N°	O'A'(cm)		N°	O'A'(cm)	
1	2,4	99 /19	11	4,9	84,89°
1	2,2	00,41		3,7	
2	0,5	80 76°	12	3,8	82,42°
2	0,3	80,70		2,5	
3	6,6	88 760	13	4,3	85,72°
	6	00,20		3,4	
4	2	85,93°	14	5,5	79,65°
	1,6			3,1	
6	5,1	80,41°	15	4,2	85,61°
0	3			3,3	
7	6,6	87 95°	16	4,5	97 20º
/	5,9	87,95		3,9	07,39
8	1,2	86 670	17	8,8	75,91°
	1	80,07		4,9	
9	9	<u>88 300</u>	18	8,2	77,12°
	8,2	88,50		4	
10	6,8	97 119	19	12,6	<i>•רר</i>
	5,9	07,41		6,1	11-
			20	10	81,05°

Para el cálculo de los restantes valores que conforman la espiral logarítmica sin deformar, se emplea las ecuaciones (2) (3) Y (4). A través de la ecuación (5) conociendo el valor de \overline{OC} y el valor de α indicado en las Tablas 3 y 4, se determina la constante k para cada espiral logarítmica no deformada de cada especie de ammonite. Ecuación (13). radio vector con la curva y el radio vector en la espiral logarítmica sin deformar.

Numero de Muestra	O´A´+O´C´= a/2 (centímetros)	O'B'+O'D'= b/2 (centímetros)	r=OC (centímetros)
1	2,3	3	2,63
2	0,4	0,7	0,53
3	6,3	11,1	8,36
4	1,8	3,5	2,51
6	4,05	10,4	6,49
7	6,25	12,05	8,68
8	1,1	1,65	1,34
9	8,6	12,2	10,24
10	6,35	11	8,36
11	4,3	8,1	5,9
12	3,15	7,3	4,79
13	8,85	6,55	5,02
14	4,85	7,5	6,03
15	3,75	5,15	4,40
16	4,2	9,75	6,40
17	6,85	12,8	9,36
18	6,1	12,5	8,73
19	9,3	15,65	12,06
20	8,05	11,9	9,79

Tabla 4. Valores en centímetros de las distancias y ángulo α de la espiral logarítmica no deformada sin deformar

N°		OB (cm)			α
1	2,41	2,51	2,63	2,74	88,41°
2	0,31	0,40	0,53	0,66	80,76°
3	7,60	7,97	8,36	8,76	88,26°
4	2	2,23	2,51	2,80	85,93°
6	3,81	4,97	6,49	8,45	80,41°
7	7,76	8,20	8,68	9,16	87,95°
8	1,12	1,23	1,34	1,47	86,67°
9	9,33	9,76	10,24	10,73	88,30°
10	7,25	7,78	8,36	8,97	87,41°
11	4,45	5,12	5,9	6,78	84,89°
12	3,15	3,88	4,79	5,90	82,42°
13	3,97	4,47	5,02	5,65	85,72°
14	2,83	3,74	4,97	6,58	79,85°
15	3,46	3,90	4,40	4,97	8561°
16	5,55	5,96	6,40	6,88	87,39°
17	4,25	6,30	9,36	13,87	75,91°
18	4,26	6,10	8,73	12,51	77,12°
19	6,03	8,67	12,06	17,90	77°
20	5,97	7,64	9,79	12,53	81,05°

$$\overline{OC} = k e^{\pi \cot \alpha}$$
$$k = \frac{\overline{OC}}{e^{\pi \cot \alpha}}$$

Tabla 3. Ángulos que forma la tangente por el punto que intercepta el

Al calcular k, el valor de AO es igual a esa constante, de acuerdo a la ecuación (2). Los otros valores de \overline{OB} y \overline{OD} son fáciles de obtener a partir de las ecuaciones (3) y (4), respectivamente, y con ello se obtiene la geometría completa de la espiral logarítmica sin deformar. La tabla 4 se muestran los resultados.

Tabla 5. Valores de las deformaciones e_y (alargamiento) y e_x (acortamiento) de la espiral logarítmica sometida a deformación

N°	ey	%	e _x	%
1	0,1428	14,28	-0,1944	19,44
2	0,3207	32,07	-0,0476	4,76
3	0,3269	32,69	-0,2105	21,05
4	0,3917	39,17	-0,2117	21,17
6	0,5723	57,23	-0,2136	21,36
7	0,3882	38,32	-0,2397	23,97
8	0,2222	22,22	-0,1057	10,57
9	0,1908	19,08	-0,1211	12,11
10	0,3134	31,34	-0,1864	18,64
11	0,3613	36,13	-0,1690	16,90
12	0,4928	49,28	-0,2065	20,65
13	0,2944	29,44	-0,1435	14,35
14	0,2733	27,33	-0,0918	9,17
15	0,1612	16,12	-0,0458	4,58
16	0,5498	54,98	-0,2970	29,71
17	0,2692	26,92	-0,1771	17,71
18	0,3433	34,33	-0,2148	21,48
18	0,1780	17,80	-0,0768	7,68
20	0,1741	17,41	-0,1307	13,07
Observación: el signo (-) significa acortamiento.				

Para determinar la deformación en la roca, se calcularon el acortamiento en la dirección de la coordenada (x) y alargamiento en la dirección de la coordenada (y) de acuerdo a las distancias que se obtienen de las tablas 1 y 2 aplicando la siguiente ecuación (14), lf es la longitud final y li es la longitud inicial, Twiss (2000), los resultados se muestran en la tabla 5.

$$e = \frac{l_f - l_i}{l_i} \tag{14}$$

6 Conclusiones

El método de Blake que emplea la ecuación matemática de la espiral logarítmica para calcular la deformación de los ammonites, se adapta satisfactoriamente a las especies deformadas en la zona de estudio, además de suministrar suficiente información sobre la deformación que sufrieron estos ammonites, y por ende, el valor de deformación a que se sometieron las rocas que contienen estos fósiles. Este método es muy satisfactorio para calcular la deformación en aquellas especies deformadas y cuyas estructuras internas se ajustan a la forma de una espiral logarítmica.

Al considerar el área del círculo que se construye a

partir de la estructura inicial sin deformar del ammonite, se deduce que es la misma área, comparada a la de la elipse que se transforma cuando ese círculo se deforma por ser sometido al desarrollo de los sistemas compresivos. Este valor es fundamental para la aplicación de la ecuación matemática de la espiral logarítmica al momento de determinar la deformación y, por lo tanto, un parámetro importante al tomar los datos de campo, es que el ammonite debe estar bien preservado y sobretodo completo. En el área de estudio se localizaron muchas especies deformadas de ammonites, pero la gran mayoría estaban incompletas por lo que sólo se tomaron diecinueve muestras que presentaban un alto porcentaje de preservación.

Las longitudes iniciales de los ammonites sin deformar se compararon con las longitudes finales de los ammonites deformados medidas en el campo, determinándose que existen longitudes que se alargaron en dirección SO-NE y que coinciden con la orientación del esfuerzo principal menor σ 3, alineado con el eje mayor del Elipsoide de Deformación (entre 0.34 – 7.68 cm). Se pudo establecer también una comparación de los valores en la dirección de acortamiento SE-NO y que coincide con la orientación del esfuerzo principal mayor σ 1 que se alinea con el eje menor de la misma elipse (0.04 – 3.94 cm). Con las comparaciones realizadas entre el valor de acortamiento y el valor de alargamiento en cada muestra de ammonite deformado, se indica que la magnitud de alargamiento es mucho mayor que la magnitud de acortamiento, debido a que en la dirección del esfuerzo principal menor σ 3 ejerce menor presión y facilita la deformación del fósil. Es importante resaltar, que el eje mayor del Elipsoide de Deformación, que circunscribe el ammonite deformado y que representa la dirección de aplicación del esfuerzo principal mayor σ 1, coincide con la dirección de la vergencia Andina, es decir SE-NO.

Referencias

Heim A, 1978, Untersuchungen ubre den Mechanismus der Gebirgsbildung, 2.B. Schwabe, Basel, 85.

Ramsay, J., 2001, On geometrical form of turbinated and discoid shells. Philos. Trans. R. Soc. Lond., 1, pp. 351 – 370.

Simón J L, 2004, Apuntes de Análisis de Geología Estructural. Departamento de Geología. Universidad de Zaragoza, España.

Tan B K, 1973, Determination of strain ellipses fron deformed Ammonoids. Tectonophysics, 16, pp. 89-101

Thompson, D.W., 1941, On Growth and Form. University Press, Cambridge, 118.

Twiss R, 2000, Structural Geology. W. H. Freeman and Company. United States of America. 357.

Recibido: 11 de mayo de 2012

Revisado: 12 de febrero de 2014

Bongiorno, Francisco: Ingeniero geólogo. Magister en Matemática aplicada a la ingeniería. Doctor en Gerencia Avanzada. Director de la Escuela de Ingeniería Geológica. Profesor asociado de la Universidad de los Andes, Mérida-Venezuela.

Ucar, Roberto: Ingeniero en Minas. Master en Ingeniería de Rocas (Mecánica de Rocas, Mecánica de suelos y Explosivos), University of Missouri - Rolla. Ph.D. Mc.Gill University (Especialidad en Geotecnia – Obras Subterráneas). Profesor titular jubilado de la Universidad de los Andes, Mérida-Venezuela. Correo electrónico: robertoucar@cantv.net **Belandria, Norly:** Ingeniero Geólogo. Magister en Matemática aplicada a la ingeniería. Candidata Ph.D. Coordinadora del grupo de investigación en Geología Aplicada (GIGA). Profesor asistente de la Universidad de los Andes, Mérida-Venezuela. Correo electrónico: nbelandria@ula.ve