# Un enfoque para la detección y localización de fugas en tuberías utilizando observadores de estado

## An approach for leak detection and location in pipes using state observers

Guillén, Marcos Leonel \*<sup>1</sup>; Dulhoste Vivien, Jean François <sup>1</sup>; Santos Luque, Rafael José<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo Termofluidodinámica. Dpto. de Ciencias Térmicas. Escuela de Ing. Mecánica. Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela

Gildas Besancon<sup>2</sup>

<sup>2</sup>DépartementAutomatique, GIPSA-lab. Instituto Politécnico de Grenoble. Saint-Martin d'Heres, Francia \*marcosg@ula.ve

### Resumen

En este trabajo se propone un enfoque basado en observadores estado para detectar y localizar fugas en tuberías. El modelo de tubería está basado en las ecuaciones del Golpe de Ariete, las cuales se discretizan utilizando el método de diferencias finitas. El modelo de diferencias finitas utiliza como condiciones de frontera, la presión a la entrada de la bomba y la presión en el otro extremo de la tubería. Estas condiciones de frontera, producen una mejor representación del comportamiento dinámico de la tubería, tal como se evidencia en la comparación que se hace entre las simulaciones del modelo y los datos reales proporcionados por un banco de pruebas para fugas. Este modelo mejorado, puede utilizarse para estimar de manera directa el flujo de una fuga y la posición en la que se está presentando, usando solamente dos variables medidas: la presión en un extremo de la tubería y el flujo en el otro extremo. Las otras dos variables que son conocidas por el observador, se pueden tomar como valores constantes, ya que, son la presión a la entrada de la bomba y la presión atmosférica a la que descarga la tubería. Igualmente, se muestran los resultados obtenidos por el uso de dos observadores. El primero es un observador de Luenberger, el cual se utiliza sobre un modelo linealizado de la tubería y, un segundo observador del tipo Kalman extendido utilizado sobre el modelo no lineal de la tubería y, en el cual se usan dos enfoques, un primer enfoque que utiliza un coeficiente de fricción constante y un segundo enfoque que utiliza un coeficiente de fricción variable. Finalmente, se presentan conclusiones y recomendaciones.

Palabras clave: Detección, localización, fugas, observador de luenberger, kalman extendido.

## Abstract

In this paper we propose an approach based on state observers to detect and locate leaks in pipes. The pipeline model is based on the water hammer equations, which have been discretized using finite difference method. The finite difference model, uses as boundary conditions, the inlet pump pressure and pressure at the other end of pipe. These boundaries condition, produce a good representation of the dynamic behavior of the pipeline, as it is evidenced by the comparison made between the model simulations and the real data. This improved model can be used to estimate directly the leak flow and the leak position that is being presented, using only two measured variables: the inlet pressure and the flow at the other end of pipe. The two other variables are known to the observer, these variables may be taken as constant values, those are, the inlet pump pressure and the atmospheric pressure at the end of the pipe. Also, show the results obtained by using two observers. The first is a Luenberger observer, this is used on a linearized model of the pipeline, and the second one is an extended Kalman filter which is used on nonlinear model of the pipeline and in which two approaches are used, a first approach uses a constant friction coefficient and a second approach uses a variable friction coefficient. Finally, someconclusions are shown.

Palabras clave: Detección de fugas, modelo de golpe de ariete, modelo lineal y no-lineal, observadores.

#### 1 Introducción

En la actualidad es necesario contar con sistemas dinámicos, robustos y confiables junto con algoritmos que sean capaces de detectar y diagnosticar fallas. Una falla produce sobre un sistema cualquiera (por ejemplo una red de tuberías) una salida diferente para la cual fue diseñado. Cuando la falla se presenta, causa un cambio en la salida del sistema que es independiente de las entradas conocidas de dicho sistema, por lo tanto la falla está provocando un comportamiento anormal del mismo. Este comportamiento anormal, puede ser debido a: fugas en tuberías, cambios de presión, efectos de temperatura, desgates por fricción entre partes, obstrucciones en la tubería, etc. Todos estos malos funcionamientos se pueden definir como fallas. En este trabajo estudiaremos un tipo particular de fallas las cuales son, las fugas en tuberías.

Las Redes de tuberías representan una forma económica para transportar fluidos. Sin embargo, una fuga en la tubería, puede causar la pérdida del producto, así como daños ambientales que deben evitarse mediante un control estricto (Souza 2000). Debido a las razones anteriores, la detección y localización de fugas es muy importante para cualquier industria que transporta fluidos. De hecho, la investigación en este tema ha generado varios artículos:(Billman 1984; Allidina 1988; Mpesha 2001; Brunone 2001; Wang 2002; Ferrante 2003; Verde 2004; Covas 2005; Verde 2007; Besançon 2007; Torres 2008; Castro-Burgos 2009; Torres 2011). Los métodos de detección v localización de fugas basados en modelos matemáticos de la tubería, permiten calcular parámetros de flujo en diferentes partes de la tubería; ejemplos de éstos pueden ser, el caudal de la fuga y la posición donde se ubica la misma. Sin embargo, la eficacia del método depende en un alto porcentaje del modelo de tubería. Generalmente el modelo utilizado, corresponde a un modelo que se diseña utilizando las ecuaciones que describen el Golpe de Ariete (Chaudry 2014), las cuales se discretizan por medio del método de diferencias finitas. Este modelo, necesita dos condiciones de contorno para simular las presiones y los fluios a lo largo de la tubería. Es posible seleccionar presiones o caudales como condiciones de frontera en los extremos de la tubería. En varios trabajos (Besançon 2007; Torres 2008; 2011), las presiones en ambos extremos (comienzo y final) son consideradas como condiciones de frontera, de hecho en otro artículo (Dulhoste 2011) se presenta un modelo con estas características antes mencionadas. Luego en un trabajo posterior (Guillén 2012), se introdujo una configuración diferente de las condiciones de frontera, se consideró el flujo aguas arriba y la presión aguas abajo; luego se propuso una mejora del modelo al tomar en cuenta una bomba y dos restricciones hidráulicas en los extremos de la tubería, haciendo hincapié en que este modelo se acerca más al comportamiento real de una tubería.

En el presente trabajo, se presenta un modelo de tubería mejorado para detectar y localizar fugas, mediante el diseño de dos observadores de estado. Un primer observador de Luenberger, el cual se utiliza sobre un modelo linealizado y, un segundo observador del tipo Kalman Extendido utilizado sobre el modelo no lineal de la tubería. Estos dos observadores, permiten la estimación simultánea del caudal de fuga y la posición de la misma en la tubería. Es necesario resaltar que, debido a la forma en que se seleccionan las condiciones de frontera, sólo se necesitan *dos mediciones en la tubería, específicamente la presión de entrada y el flujo de salida*, mientras que, con otros enfoques basados en observadores se requieren tradicionalmente cuatro variables medidas para resolver este problema.

#### 2 Modelo Matemático de la Tubería

#### 2.1 Ecuaciones Básicas del Modelo de Tubería

Clásicamente las ecuaciones del Golpe de Ariete son utilizadas para desarrollar los modelos de tubería (Souza 2000). Estas ecuaciones representan la generación propagación, reflexión y atenuación de ondas de presión cuando ocurren cambios en el sistema de tubería. Realizando un balance de masa y energía se llega al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{c^2}{gA}\frac{\partial Q}{\partial z} \quad ; \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = -Ag\frac{\partial H}{\partial z} - \frac{fQ|Q|}{2DA} \tag{1}$$

Dónde: t y z son coordenadas de tiempo y espacio, Hes la carga de presión, cesla velocidad del sonido, g aceleración de gravedad, Q flujo en la tubería, D diámetro de la tubería, A área de sección transversal, f coeficiente de fricción. El sistema (1) es un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, no lineales tipo hiperbólico (Souza 2000; Chaudry 2014).

#### 2.1.1 Acerca del Coeficiente de Fricción f

El coeficiente f del sistema (1), es el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach. Muchas veces en los enfoques para Detección y Localización de Fugas este se considera constante. Sin embargo, si se presenta una fuga, éste se recalcula y se actualiza su valor, pero luego de este recalculo se sigue considerando constante. Ahora bien, f depende del número de Reynolds (Re) y del coeficiente de rugosidad de la tubería e. La relación implícita de Colebrook (Potter 2002), describe este coeficiente para una tubería de sección circular con diámetro D como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.86 \ln\left(\frac{1}{3.7}\frac{e}{D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$
(2)

Donde *Re* puede ser calculado con:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\pi D\mu} \tag{3}$$

p es la densidad del fluido y p es su viscosidad.

La ecuación (3) no es fácil de implementar, porque requiere de una serie de iteraciones en cuanto a la pérdida de carga, razón de flujo y cálculo de los diámetros, por tanto, se utiliza una aproximación explicita conocida como la ecuación de Swamee-Jain:

$$f = 1.325 \left\{ ln \left[ 0.27 \left( \frac{e}{D} \right) + 5.74 \left( \frac{1}{Re} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2}$$

$$\tag{4}$$

Esta ecuación es válida para  $10^{-9} < e/D < 0.01$  y 5000  $< Re < 10^{9}$ .

#### 2.2 Discretización espacial de Q y H

Para utilizar el modelo matemático (1) en la detección y localización de fugas, es conveniente discretizarlo en el espacio. Se deben considerar unas condiciones de frontera, por ejemplo, el caudal de entrada y la presión de salida de la tubería. Igualmente, definir las condiciones iníciales correspondientes a los valores de Q(0,t) yH(L,t) donde L es la longitud de la tubería. También especificar, las condiciones iniciales correspondientes a los valores a los valores de Q(z,t) y H(z,t) a lo largo de la tubería en t=0.

Las derivadas parciales con respecto a z se aproximan utilizando el método de diferencias finitas. Haciendo una discretización para la presión (*H*) hacia adelante, una discretización hacia atrás para el flujo (*Q*) y con las condiciones de frontera especificada anteriormente se obtiene:

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = -\frac{c^2}{gA} \frac{Q_{i+1} - Q_i}{z_{i+1} - z_i} \quad \forall \ i = 1, \dots, n-1$$
$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = -Ag \frac{H_i - H_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} - \frac{f_i Q_i |Q_i|}{2DA} \quad \forall \ i = 2, \dots, n$$
(5)

El subíndice *i* representa a cada una de las variables en la sección *i* de la tubería.

El modelo se completa agregando los efectos de las fugas. De hecho, las fugas se toman en cuenta como modificaciones del flujo, por lo que la velocidad de flujo en alguna posición z de la tubería donde se produce la fuga se escribe como:

$$Q_i = Q_i^* + F(i)\sqrt{H_i} \tag{6}$$

 $Q_{i}$ es el flujo en el punto  $i, Q_{i}$ es el flujo después de la fuga, y  $F_{i}$  representa un coeficiente que permite determinar el caudal de la fuga en función de la presión interna de la tubería.

#### 2.3Modelo de Tubería Mejorado

Como se mencionó en párrafos anteriores, el modelo (5) es obtenido considerando como condiciones de frontera el flujo aguas arriba  $Q_1 = Q_{in}$  y la presión aguas abajo  $H_n = H_{out}$ . Con el fin de que el comportamiento de este modelo sea más ajustado al comportamiento real de un sistema de tuberías, se agregó la ecuación de una bomba y la ecuación de dos restricciones (Fig. 1). Estas dos restricciones, permiten simular pérdidas de presión causadas por algún tipo de accesorio (válvulas, codos, reducciones, etc.)



Fig. 1. Sistema de Tubería Real

La ecuación de la bomba centrifuga se escribe de la siguiente manera:

$$H_b - H_{in} = C_2 Q_1^2 + C_1 Q_1 + C_0 \tag{7}$$

Dónde:  $H_b - H_{in}$ es la altura de presión manométrica de la bomba,  $Q_1$ es el caudal manejado,  $C_0, C_1$  y  $C_2$ son los coeficientes de la ecuación de la bomba.

La restricción hidráulica se modela a través de:

$$R_{in}Q_{1}^{2} = H_{b} - H_{1} \tag{8}$$

En este caso  $R_{in}$  (coeficiente de restricción) depende de las pérdidas de presión que ocurren entre la descarga de la bomba y el inicio de la tubería (Fig. 1). La restricción al final de la tubería se modela de manera similar a (8), por tanto:

$$H_n = H_{out} - R_{out} Q_n^2 \tag{9}$$

Ahora la presión  $H_n$ va cambiando de acuerdo con el valor de la restricción  $R_{out}$ , y la calcula el modelo en cada paso de simulación.Haciendo algunas operaciones algebraicas y utilizando (7) y (8) se obtiene una expresión para el caudal de entrada:

$$Q_{1} = \frac{-C_{1} + \sqrt{C_{1}^{2} - 4(R_{in} + C_{0})(-C_{2} + H_{1} - H_{in})}}{2(R_{in} + C_{0})}$$
(10)

#### 2.4 Validación del Modelo de Tubería Mejorado

Para validar este modelo de tubería, el mismo se simulo con datos correspondientes a un prototipo real de L=85 m que se encuentra en el centro de investigación Mexicano CINVESTAV (Begovich 2012).Se consideró para la comparación, un experimento que consiste en tres fugas que se presentan de manera consecutiva (en los tiempos t= 100, 400, 700 respectivamente). En la Fig. 2, se muestran simultáneamente los cambios que ocurren en el caudal y la presión, tanto en el prototipo como en el modelo propuesto.



Fig. 2. Comparación entre el prototipo y el modelo propuesto.

En la Fig. 2 se puede ver simultáneamente los datos de simulación  $H_{ent}$ ,  $H_{sal}$ ,  $Q_{ent}$ ,  $Q_{sal}$  y las medidas experimentales del prototipo  $h_{ent}$ ,  $h_{sal}$ ,  $q_{ent}yq_{sal}$ . También se puede observar, que los flujos  $Q_{ent}$  y  $Q_{sal}$  tienen un comportamiento dinámico en la simulación, tal cual como lo hacen las medidas experimentales  $q_{ent}$  y  $q_{sal}$  en el sistema real. Igualmente, se ve una disminución en  $H_{ent}$ ; todo esto como resultado de las fugas. La adición de una restricción hidráulica en ambos extremos de la tubería permite simular un cambio de Q y H en la entrada y salida de la tubería cuando se presenta una fuga, esto se acerca más a lo que ocurre en el sistema real.

Para que la validación no sea solo cualitativa (inspección visual de la Fig. 2), se calcula el error entre las presiones y caudales obtenidos con el modelo ( $H_{ent}$ ,  $H_{sal}$ ,  $Q_{ent}$ ,  $Q_{sal}$ ) y los datos reales suministrados por el prototipo ( $h_{ent}$ ,  $h_{sal}$ ,  $q_{ent}$ ,  $q_{sal}$ ). Específicamente se calculó el error relativo, a través, de la siguiente expresión:

$$e_r = \frac{(V_r - V_m)}{V_r} * 100\%$$
(11)

donde:  $V_r$  son los valores obtenidos del prototipo (ya se  $H_i \circ Q_i$ ) y  $V_m$  son los valores obtenidos de la simulación del modelo.

En la Tabla 1, se puede observar que los errores entre los valores del prototipo y los valores de la simulación, son bastantes pequeños, presentándose un menor porcentaje de error entre los caudales  $q_{ent}yQ_{ent}$ .

Tabla 1. Error relativo entre e	l modelo y	los	datos	reales
---------------------------------	------------	-----	-------	--------

	q <sub>ent vs</sub> Q <sub>ent</sub>	$q_{\it sal vs} Q_{\it sal}$	h <sub>ent vs</sub> H <sub>ent</sub>	h <sub>sal vs</sub> H <sub>sal</sub>
e <sub>r</sub> (%)	0.2804	0.82	2.0024	2.9666

Es importante resaltar que el comportamiento del modelo (Fig.2) no se reproduce cuando la bomba y las dos restricciones hidráulicas no forman parte del modelo (Guillén 2012).

#### 3 Detección y Localización de Fugas utilizando Observadores de Estado

Los observadores de estado, son herramientas matemáticas, que estiman los estados de un sistema en base a mediciones de señales de salida y de entrada. Estos permiten enviar, información estimada acerca del valor que toman dichos estados, conociendo así un aproximado del valor real. Los observadores, también son llamados sensores virtuales, ya que su implantación se realiza en microprocesadores, y tienden a realizar la misma tarea que un sensor físico. Existen enfoques lineales y no-lineales para la estimación de estados. En el caso de sistemas lineales el observador de Luenberger ofrece una solución completa al problema de la estimación de variables de estado. En el caso de modelos no lineales, una aproximación en el diseño de observadores de estado está basado en una linealización local del modelo del proceso, alrededor de un punto de referencia, y subsecuentemente el empleo de métodos de observación lineal. Sin embargo, para vencer las limitaciones que surgen de la aplicación de técnicas de observadores lineales, se necesita diseñar observadores no lineales que sean capaces de copiar directamente las no linealidades del proceso. Dependiendo de la forma en que se pueda escribir el modelo, existen soluciones disponibles para sistemas no lineales (Besancon 2007). Una solución sencilla, seria considerar el diseño de un observador Kalman Extendido (Gelb 1992).

#### 3.1Linealizacióndel Modelo de Tubería

En la práctica, muchos sistemas, están conformados por relaciones no lineales, de hecho el modelo (5), está conformado por un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales. Sin embargo, también es cierto que si el sistema opera alrededor de un punto de operación y, la variación de éste es pequeña, entonces es posible aproximar el sistema no lineal mediante un sistema lineal. Este nuevo sistema sería el equivalente no lineal, pero considerado dentro de un rango de operación limitado. Lo cual significa que la linealización solo es válida en un punto alrededor del cual se realizó la linealización y no en todo el intervalo de definición de la función f(x, u).

El procedimiento para linealizar el sistema es el siguiente: Sean las ecuaciones

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m)$$
(12)

Si se expande el lado derecho de (12) en series de Taylor alrededor de un estado estacionario  $p_s$  denotado por,

$$p_{s} = [x_{1}^{s} \dots, x_{n}^{s}, u_{1}^{s} \dots, u_{m}^{s}]^{T}$$

$$\tag{13}$$

Tendríamos:

$$f_{1} \approx f_{1}(p_{s}) + \left(\frac{\partial f_{1}}{\partial u_{s}}\right)_{p_{s}}(x_{1} - x_{s}^{*}) + \dots + \left(\frac{\partial f_{1}}{\partial u_{m}}\right)_{p_{s}}(x_{m} - x_{m}^{*}) + \\ \left(\frac{\partial f_{1}}{\partial u_{s}}\right)_{p_{s}}(u_{1} - u_{1}^{*}) + \dots + \left(\frac{\partial f_{1}}{\partial u_{m}}\right)_{p_{s}}(u_{m} - u_{m}^{*}) + T.O.S$$

$$f_{n} \approx f_{n}(p_{s}) + \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial u_{s}}\right)_{p_{s}}(x_{1} - x_{s}^{*}) + \dots + \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial u_{m}}\right)_{p_{s}}(x_{n} - x_{m}^{*}) + \\ \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial u_{s}}\right)_{m}(u_{1} - u_{1}^{*}) + \dots + \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial u_{m}}\right)_{p_{s}}(u_{m} - u_{m}^{*}) + T.O.S$$

$$(14)$$

Reescribiendo (14):

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{d(x_1 - x_2^*)}{dt} = \frac{d\bar{x}_1}{dt} = f_1(x_2, \dots, x_n, \dots, u_2, \dots, u_m)$$
(15)

$$\frac{dx_m}{dt} = \frac{d(x_n - x_n^*)}{dt} = \frac{d\bar{x}_n}{dt} = f_1(x_1, \dots, x_n, \dots, u_n, \dots, u_m)$$

Ahora, sustituyendo en las ecuaciones anteriores todas las funciones  $f_i$ que se expandieron en series de Taylor tendremos:

$$\frac{d\bar{x}_1}{dt} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_{u_k} \bar{x}_1 + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_m}\right)_{u_k} \bar{x}_n + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u_1}\right)_{u_k} \bar{u}_1 + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u_m}\right)_{u_k} \bar{u}_m$$
(16)

$$\frac{d\bar{x}_{m}}{dt} = \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial x_{2}}\right)_{\eta_{0}} \bar{x}_{1} + \dots + \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial x_{n}}\right)_{\eta_{0}} \bar{x}_{n} + \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial u_{2}}\right)_{\eta_{0}} \bar{u}_{1} + \dots + \left(\frac{\partial f_{n}}{\partial u_{m}}\right)_{\eta_{0}} \bar{u}_{m}$$

Recordemos que la expansión se realizó alrededor del estado estacionario  $p_s$ , por tanto:

$$f(p_s) = 0 \tag{17}$$

El sistema (16) puede escribirse en forma resumida utilizando notación matricial:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = A\bar{x} + B\bar{u}$$
(18)

Dónde:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{d\vec{x}_1}{dt} \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{d\vec{x}_n}{dt} \end{bmatrix}, \vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{x}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vec{x}_n \end{bmatrix}, \vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{u}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vec{u}_m \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_{\pi_2} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)_{\pi_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)_{\pi_2} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_{\pi_2} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial u_2}\right)_{\pi_2} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial u_m}\right)_{\pi_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)_{\pi_2} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_{\pi_2} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_n}{\partial u_2}\right)_{\pi_2} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial u_m}\right)_{\pi_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial u_n}\right)_{\pi_2} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_{\pi_2} \end{bmatrix}$$
(19)

# 3.2Diseño del Observador de Luenberger para el modelo linealizado

Para diseñar este observador es necesario linealizar el modelo de tubería incluyendo la bomba y las dos restricciones.



Fig. 4. Esquema del Modelo de Tubería

Como se ve en la Fig. 4, para detectar y localizar una fuga, se necesita al menos dividir la tubería endos secciones, a fin de poder incluir la posición  $z_2$ que es donde se presenta la fuga. En ese caso,  $z_1=0$ ,  $z_2=$ posición de la fuga, y  $z_3=L$  en las ecuaciones (5), y se puede obtener una representación en el espacio de estados de forma natural al definir las siguientes variables de estado:

$$x_1 = H_1; x_2 = Q_2; x_3 = H_2; x_4 = Q_3$$
(20)

Para estimar los parámetros de fugas, se debe ampliar el modelo agregando dos estados más de la manera siguiente:

$$x_5 = z_2$$
 Posición de la fuga  
 $x_6 = F(i)$  Coeficiente de fuga
(21)

Igualmente, se deben considerar como variables de entrada a  $u_1=H_{enl}$ y  $u_2=H_{atm}$ , y se definen como salidas  $ay_1=H_1$ y  $y_2=Q_3$ las cuales se miden directamente. Con estos estados el modelo se convierte en:

$$\begin{aligned} x_{2} - \left\{ \frac{-C_{1} + \sqrt{C_{1}^{2} - 4(R_{in} + C_{0})(-C_{2} + x_{1} - u_{1})}{2(R_{in} + C_{0})} \right\} \\ \dot{x}_{1} = -\frac{c^{2}}{gA} \frac{x_{2} - x_{1}}{x_{5}} - \frac{f_{2}}{2DA} x_{2} |x_{2}| \\ \dot{x}_{2} = -Ag \frac{x_{3} - x_{1}}{x_{5}} - \frac{f_{2}}{2DA} x_{2} |x_{2}| \\ \dot{x}_{3} = -\frac{c^{2}}{gA} \frac{x_{4} - (x_{2} - x_{6}\sqrt{x_{3}})}{L - x_{5}} \\ \dot{x}_{4} = -Ag \frac{((R_{out}y_{2}^{2} + u_{2}) - x_{3})}{L - x_{5}} - \frac{f_{2}y_{2}|y_{2}|}{2DA} \\ \dot{x}_{5} = 0 \\ \dot{x}_{6} = 0 \\ y = [H_{1}, Q_{3}]^{T} = [x_{1}, x_{4}]^{T} \end{aligned}$$
(22)

Si expandimos el lado derecho de (22) hasta la primera derivada y, luego basados en el sistema descrito por las ecuaciones linealizadas, podemos estimar los parámetros de la fuga ( $x_5$  y  $x_6$ ) a través del diseño apropiado de un observador. El sistema de ecuaciones linealizadas puede ser escrito de forma reducida como:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t); y = Cx(t)$$
 (23)

Si (23) es observable, entonces existirá un observador de Luenberger (Besançon 2007) el cual tiene la forma:

$$\hat{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + Bu(t) - K(C\hat{x}(t) - y(t))$$
(24)

Con*K* calculado de manera tal que la matriz *A*-*KC* sea estable.

Luego que se diseña el observador se hace necesario estudiar la Observabilidad del sistema.

El objetivo de este estudio es, saber si existe una ganancia del observador que ubique los polos del sistema lineal en el semiplano izquierdo del plano complejo y, por tanto, el error de estimación sea asintóticamente estable a cero. Si existe tal ganancia, entonces significa que nuestro observador es capaz de estimar los dos estados  $x_5$  y  $x_6$ .

La observabilidad se estudia a través de la expresión siguiente:

rango 
$$\mathcal{O}=$$
 rango  $\begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-2} \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n$  (25)

Al realizar los cálculos de observabilidad para el sistema linealizado resulta en:

rango O = 6

por tanto nuestro sistema de tubería linealizado es observable. Igualmente, la ganancia del observador para las condiciones dadas se calculó y se obtuvo:

	-0.0001	1.0912
K = 1.0e + 5	0.0000	0.0001
	0.0001	0.2578
	0.0000	0.0001
	0.0000	0.0000
I	L 0.0000	L0000.0

#### 3.3 Modelo no-lineal y observador Kalman Extendido

Como se dijo anteriormente el sistema (5) es un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, no lineales. Este mismo modelo después de agregarle la bomba y las dos restricciones se modificó y resulto en el modelo descrito por (22), el cual se puede escribir como:

$$\dot{x} = f(x, u); \ y = Cx \tag{26}$$

Donde la función f(x, u) y la matriz Cresultan de las ecuaciones (22).

En función de la forma en que se pueda escribir el modelo, hay varias soluciones disponibles para sistemas no lineales (Besançon 2007), una solución sencilla es considerar el diseño de un observador Kalman Extendido Gelb 1992). Con el objetivo de mejorar la estabilidad, vamos a considerar una versión del Kalman Extendido con un factor de olvido (Besançon 2007) tal como sigue:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= f(\hat{x}, u) - k(C\hat{x} - y) \\ k &= PC^{T}W^{-1} \\ \vec{P} &= PF^{T} + FP - PC^{T}W^{-1}CP + V + \delta P \\ F &= \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}, u) \end{aligned}$$
(27)

Para algunas matrices W y V definidas positivas. (W representa el ruido en los estados y V representa el ruido en las salidas).

Para implementar un observador al modelo (22), la función  $\mathbf{x}_{ij} \| \mathbf{x}_{ij} \|$  debe ser aproximada por una función que sea diferenciable. Igualmente, se debe notar que  $u_1 = H_{in}yu_2 = H_{atm}$  se pueden considerar como constantes en un sistema típico de tuberías, donde  $H_{in}$  es la presión a la salida del tanque y  $H_{atm}$  es la presión atmosférica a la que descarga el sistema

de tubería. Esto implica que el observador solo necesitara dos medidas  $y_1=H_1$ ;  $y_2=Q_3$  para detectar y localizar la fuga (manteniendo a  $u_1yu_2$ constantes). Se trata entonces de una mejora significativa en este enfoque de detección y localización de fugas basadas en observadores, en comparación con los métodos anteriores que requieren la medición de cuatro variables  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $y_1$  y  $y_2$ .

#### 3.3.1Modelo con f=cte

Si tomamos el coeficiente de fricción *f*como una constante, el modelo solo tomara en cuenta las perdidas por fricción en estado estacionario. Este, es el modelo clásico utilizado para la detección y localización de fugas. En este caso tiene que ser calculado, utilizando mediciones en estado estacionario y en ausencia de fugas.

#### 3.3.2Modelo con f=variable

Si en cambio tomamos f = F(Re, e/D) (ecuación de Swamee-Jain), el modelo tendrá un coeficiente de fricción que dependerá explícitamente del flujo, del coeficiente de rugosidad y de las perdidas por fricción no estacionarias. En este caso el coeficiente de rugosidad (e) dependerá de las características de la tubería.

#### 4 4 Simulaciones y Resultados

En esta sección se presentan algunos resultados de la detección y localización de fugas, utilizando el enfoque planteado. Para las simulaciones, la dinámica de la tubería está representada por un modelo de la forma (22), con n=12 secciones, y los valores numéricos son tomados de un prototipo presentado en (Begovich 2012). Los parámetros correspondientes se presentan de forma resumida en la Tabla2. Las condiciones normales de operación que se consideran son: flujo de entrada  $u_1=Q_1=0.0043 \ m^3/s$  y presión de salida  $u_2=3.5m$ . Igualmente, las medidas usadas por el observador ( $y_1=H_1 \ yy_2=Q_3$ ) son contaminadas con ruido blanco.

Tabla 2. Parámetros de la Tubería

g(m/s2)	c(m/s)	A(m2)	f(s-2)	L(m)
9.81	373	0.003	0.0223	85

#### 4.1Simulaciones realizadas en el modelo linealizado

Primero se presentan los resultados de la estimación con un observador de Luenberger, usado sobre un modelo de tuberíalinealizado.

Se simulo una fuga con una magnitud del 10% del flujo  $Q_1$ , vale decir,  $Q_j=0.1Q_1$ , y una posición de la fuga de  $z_2=z_f=63.75 m$ . La estimación del estado  $x_5$  (posición donde se presenta la fuga) se muestra en la parte superior de la Fig. 5, ahí se observa que  $z_f$  es estimada muy rápidamente y con bastante exactitud. Igualmente, en la parte inferior se muestra la estimación de  $Q_f$ , el cual es estimado también de manera rápida y precisa.



Fig. 5. Resultados de la estimación de una fuga del 10% de  $Q_1$ 

Con el fin de verificar la habilidad del observador para estimar la fuga y su posición, se simularon diferentes porcentajes de fuga y diferentes posiciones a lo largo de la tubería. La Fig. 6, presenta los resultados correspondientes para fugas ubicadas en 21.25, 47.5 y 63.75 *m* (recordar que L=85 m).



Fig. 6. Diferentes posiciones de ubicación de la fuga

Igualmente, la Fig. 7 muestra la estimación de tres diferentes porcentajes de fuga, específicamente fugas de 10, 20 y 30% del caudal  $Q_1$ . Se puede ver en las Fig. 6 y 7 que el observador estima de forma muy rápida, tanto las diferentes posiciones como los diferentes porcentajes de fuga. Es importante recalcar que, las tres posiciones de fuga así como los tres porcentajes de fuga, no ocurren simultáneamente.



Fig. 7. Diferentes porcentajes de fuga.

Una vez visto que efectivamente el observador de Luenberger estima de manera correcta a  $Q_f$  como a  $z_f$ , se procedió a realizar una simulación sobre el modelo de tubería pero, sin realizar la linealización previa. La simulación se realizó de la siguiente forma: tanto el modelo no lineal de tubería como el modelo del observador se discretizaron para n=2. La Fig. 8 muestra los resultados de esta simulación. En la Fig. 8 se puede ver que el desempeño del observador es pobre, se ve como el valor estimado por el observador está muy alejado del valor real (tanto para  $z_f$  como para  $Q_f$ ). Esto se debe a que la linealización, es una aproximación que ofrece resultados de validez solo en el punto de operación donde se linealiza, lo que lleva a un pobre desempeño del observador, y más aún en el caso de estudio donde las no linealidades son importantes.



Fig.8. Resultados de la estimación del observador de Luenberger sobre el modelo no lineal.

#### 4.2 Simulaciones realizadas en el modelo no lineal

Para solventar la limitación del observador de Luenberger, se realizó una simulación utilizando un observador del tipo Kalman extendido. Para ésta, el modelo de tubería representado por las ecuaciones (22) se discretizó en n=12secciones, mientras que el observador fue diseñado en base a n=2 secciones. La idea de discretizar el modelo (22) en 12 secciones es, someter el observador a una prueba con un modelo distinto (más número de seccion es en la tubería) que el modelo de base del observador (n=2). Recordemos que se puede trabajar con f=cteo con f=variable. Para el caso de la simulación con f constante vamos a trabajar con un  $f=0.0223s^{-2}$ .

La Fig.9 muestra los resultados de la estimación con el observador Kalman Extendido. En esta figura se puede ver como el observador estima  $z_f$  rápidamente y de manera bastante exacta. Igualmente, se ve que la estimación de  $Q_j$ es correcta y precisa. También se verifico la habilidad del observador para estimar diferentes posiciones de fuga y diferentes porcentajes de la misma a lo largo de la tubería.



Fig.9. Resultados de la estimación de una fuga del 10% de  $Q_1$ y una posición de 63.75 m. *f*=cte.



Fig.10.Diferentes posiciones de la fuga f=cte

En la Fig. 10, se muestran los resultados de la estimación para fugas localizadas en 28.33, 56.67 y 70.833 *m* de longitud de tubería *L*. Igualmente, en la Fig. 11 se muestran las estimaciones de tres diferentes porcentajes de fuga, 10, 20 y 30% del caudal de entrada  $Q_1$ . Se puede ver en estas figuras que el observador estima de forma rápida tanto las diferentes  $z_f$ así como los diferentes  $Q_f$ .



Fig.11.Estimación de tres diferentes porcentajes Qf=cte.

Para el caso de f variable se realizaron las mismas simulaciones que para f=cte. En las Fig. 12, 13 y 14 se muestran los resultados de las estimaciones. En estas figuras se puede ver que el observador estima de manera correcta y precisa tanto la posición de la fuga como el flujo de la misma.



Fig. 12. Resultados de la estimación de una fuga del 10% de Q1y una posición de 63.75 m f=variable.



Fig. 13. Diferentes posiciones de la fuga f=variable



Fig. 14. Estimación de tres diferentes porcentajes Qf.f=variable

Al realizar una comparación visual de los resultados obtenidos con f=cte y f=variable, se puede ver que el observador tiene prácticamente la misma exactitud y rapidez para estimar tanto  $z_f$  como  $Q_f$ . Esto ya que se está utilizando un valor de f calculado para el flujo estudiado en la simulación. Sin embargo, si ese flujo varía un poco (solo el 2% de cambio para las pruebas realizadas), el valor calculado para el factor de fricción ya no es válido y el observador no converge. Por esta razón se debe descartar el uso del observador basado en un modelo con factor de fricción constante (f=cte).

#### Conclusiones

En este artículo se presentó un enfoque basado en observadores de estado para estimar el caudal y la posición de una fuga en una tubería. Este enfoque se basó en un modelo de tubería mejorado. Las mejoras se obtuvieron al adicionar al modelo de tubería una bomba y dos restricciones. El comportamiento de este modelo mejorado se validó comparando su desempeño con datos reales obtenidos de un banco de prueba experimental para fugas. Luego, basados en ese modelo mejorado se diseñaron dos observadores con el propósito de estimar de forma simultánea el caudal de fuga y su posición. La implementación de los observadores requirió solamente de dos variables medidas.

El primer observador que se diseño fue un observador de Luenberger, éste fue diseñado sobre la base de un modelo de tubería linealizado. Este observador, mostró ser capaz de estimar de manera simultánea  $Q_f$  y $z_f$ , pero de forma precisa solo sobre el modelo linealizado. Cuando el observador se utilizó en el modelo no lineal, los valores estimados estaban muy alejados del valor real. Se concluye entonces que la validez de sus resultados es solo local.

Para superar las limitaciones anteriores, se diseñó un observador no lineal, del tipo Kalman extendido. Éste, estima la posición de la fuga  $(z_f)$  y el caudal de fuga  $(Q_f)$  muy rápidamente y de manera bastante exacta; esto para diferentes porcentajes de fuga y diferentes posiciones, obteniéndo-se resultados satisfactorios. Por lo cual se concluye en la

necesidad de utilizar observadores de tipo no lineal para estas aplicaciones.

Al comparar los resultados de un observador con f-cte y f-variable se observó que, aparentemente tienen la misma exactitud. Sin embargo, el observador para f-cte deja de converger cuando el flujo cambia en valores tan pequeños como 2%, por tanto, se concluye que se debe descartar su uso en casos reales.

## Referencias

Allidina AY and Benkherouf A, 1988, Leak detection and location in gas pipelines, Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, vol. 135, no. 2, pp. 142–148.

Begovich O, Pizano A, and Besançon G, 2012, Online implementation of a leak isolation algorithm in a plastic pipeline prototype, Latin American Applied Research, vol. 42, no. 2, pp. 131–140.

Besançon G, 2007, Nonlinear Observers and Applications. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN: 978-3-540-73502-1.

Besançon G, Georges D, Begovich O, Verde C, and Aldana C, 2007, Direct observer design for leak detection and estimation in pipelines. Dans: Proceedings of European Control Conf. Kos, Greece, pp. 38.

Billman L and Isermann R, 1984, Leak detection methods for pipelines in Proceeding of the 8th IFAC Congress, Budapest, Hungary, pp. 1813–1818.

Brunone B and Ferrante M, 2001, Detecting leaks in pressurised pipes by means of transients, Journal of Hydraulic Research, vol. 39, no. 5, pp. 539–547.

Castro L and Valds H, 2009, Leak detection in water pipelines: Proposal based on a bank of filters, RevistaChilena de Ingeniería, vol. 17, no. 3, pp. 375–385.

Chaudry M, 2014, Applied Hydraulic Transients, Third Edition, Springer New York Heidelberg Dordrecht London.

Covas D, Ramos H, and De Almeida AB, 2005, Standing wave difference method for leak detection in pipeline systems, Journal of Hydraulic Engineering, vol. 131, no. 12, pp. 1106–1116.

Dulhoste JF, Besançon G, Torres L, Begovich O and Navarro A, 2011, About Friction Modeling For Observer-Based Leak Estimation In Pipelines, 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC).Orlando, FL, USA, p.p. 4413-4418.

Ferrante M and Brunone B, 2003, Pipe system diagnosis and leak detection by usteady-state test-1: Harmonic analysis, Advanced Water Ressources, vol. 26, no. 1, pp. 95–105. Gelb A, 1992, Applied optimal estimation, MIT Press, ISBN 9780262200271.

Guillén M, Dulhoste JF, Besançon G and Santos R, 2012, Study of a Flow Model for Detection and Location of Leaks and Obstructions in Pipes, 9th International Conference of Modeling, Optimization and Simulation-MOSIM'12 June 06-08, Bordeaux-France.

Mpesha W, Chaudry MN, and Gassman S, 2001, Leak de-

tection in pipes by frequency response method, Journal of Hydraulic Engineering, vol. 127, pp. 137–147.

Potter MC, Wiggert DC, 2002, Mecánica de Fluidos. Thomson, México.

Souza AL, Cruz SL and Pereira JF, 2000, Leak Detection in Pipelines through Spectral Analysis of Pressure Signals, Braz. J. Chem. Eng.vol.17 n.4-7.

Torres L, Besançon G, Navarro A, Begovich O, and Georges D, 2011, Examples of pipeline monitoring with nonlinear observers and real data validation in 8th IEEE International Multi-Conf on Signals Systems and Devices, Sousse, Tunisia.

Torres L, Besançon G, and Georges D, 2008, A collocation model for water-hammer dynamics with application to leak detection in Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control, Cancun, Mexico.

Verde C, 2004, Minimal order nonlinear observer for leak detection, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 26, pp. 467472.

Verde C, Visairo N, and Gentil S, 2007, Two leaks isolation in a pipeline by transient response, Advances in Water Resources, vol. 30, no. 8, pp. 1711–1721.

Wang XJ, 2002, Leak detection in pipelines using the damping of fluid transients, Journal of Hydraulic Engineering, vol. 128, no. 7, pp. 697 711.

Recibido: 14 de diciembre de 2014

Aceptado: 08 de febrero de 2016

Guillén Peña, Marcos Leonel: Profesor de la Escuela de Ingeniería Mecánica, Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez, La Hechicera. Facultad de Ingeniería, ULA. Departamento de Ciencias Térmicas. Cubículo 2E34. Perteneciente al Grupo de Termofluidodinámica.

**Dulhoste Vivien, Jean François:** Profesor de la Escuela de Ingeniería Mecánica, Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez, La Hechicera. Facultad de Ingeniería, ULA. Departamento de Ciencias Térmicas. Cubículo 2E34. Perteneciente al Grupo de Termofluidodinámica. Correo electrónico: djean@ula.ve

Santos Luque, Rafael José: Profesor de la Escuela de Ingeniería Mecánica, Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez, La Hechicera. Facultad de Ingeniería, ULA. Departamento de Ciencias Térmicas. Perteneciente al Grupo de Motores Térmicos (GRUMOTE)). Correo electrónico: rsantosl@ula.ve

**Gildas Besançon:** Profesor del Instituto Politécnico de Grenoble Perteneciente al equipo de Los Sistemas no Lineales y Complejidad Departamento de Automática Correo electrónico:

gild as. be sancon @gipsa-lab.grenoble-inp.fr