Economía, XXXII, 23 (enero-junio, 2007), pp. 73-89

Verificación de los Supuestos del Modelo de Cox. Caso de Estudio: banca comercial venezolana 1996-2004

Verification of the Assumptions of the Cox Model. Case Study: Venezuelan commercial banks, 1996-2004

María Alejandra Ayala*, Rafael Eduardo Borges y Gerardo Colmenares L.*****

Recibido: 15-05-07 / Aceptado: 29-10-07. Códigos JEL: C, C3, C34, G, G2, G21

Resumen

El planteamiento de modelos matemáticos exige, la mayoría de las veces, el cumplimiento de algunos supuestos. El modelo de Cox es un modelo de regresión para datos de supervivencia. Una práctica común ha sido la utilización del modelo de Cox sin la correspondiente verificación de sus supuestos. En el presente trabajo, se presenta la metodología que debe seguirse para la verificación de los cuatro principales supuestos fundamentales del modelo de Cox, los cuales, al ser probados, garantizan la validez del modelo. Esta metodología es utilizada para verificar los supuestos y, en consecuencia, para verificar la validez del modelo de Cox en el que se identifican las cuatro razones financieras que describen riesgo de fusión en la banca comercial venezolana en el periodo 1996-2004.

Palabras claves: Análisis de supervivencia, Modelo de Cox, Verificación de supuestos, Banca comercial venezolana.

Abstract

The proposal of mathematical models needs in almost all the cases the verification of some assumptions. The Cox model is a regression model for survival data. The use of the Cox model without performing the verification of the assumptions is a common practice. In this paper, we present the methodology that should be followed to perform the verification of the four main assumptions of the Cox model, and it is only after this verification that we can be sure that the model is valid. This methodology is used to verify the assumptions and, in consequence, the validity of the Cox model in which the four finance ratios that describe the risk of fusion in the commercial banks in Venezuela, between 1996 and 2004 are identified.

Keywords: Survival analysis, Cox model, Verification of assumptions, Venezuelan commercial banks.

* Universidad de Los Andes. Departamento de Estadística. e-mail: marialej@ula.ve.
** Universidad de Los Andes. Departamento de Estadística. e-mail: borgesr@ula.ve.
*** Universidad de Los Andes. Instituto de Instigaciones Económicas y Sociales. e-mail: gcolmen@ula.ve.

1. Introducción

En Latinoamérica, el fenómeno de las crisis financieras ha estado presente en México, Brasil, Chile, Colombia, Venezuela y Argentina, así como también en países industrializados como Japón y Estados Unidos. A partir de los años 70 se introducen modelos útiles para la asignación eficiente de los recursos de supervisión. Dichos modelos permiten, entre otras cosas, dar una pauta de la evolución de una entidad en el periodo de tiempo que incluye dos inspecciones en el sitio, así como determinar los principales factores de riesgo que asume la banca y realizar una mejor medición de ellos. Estos modelos se conocen como "modelos de alerta temprana para el sistema financiero" y permiten predecir la probabilidad de cambios en las condiciones de solvencia y liquidez de los bancos.

Los modelos de alerta temprana (Ayala, 2000) para el sistema financiero permiten predecir la probabilidad de cambios en las condiciones de solvencia y liquidez de los bancos. Lo importante es que estos modelos permiten realizar un análisis más profundo de los factores relacionados con quiebras de las instituciones financieras de tal manera que se pueda decidir cualquier regulación conveniente y eficiente a los bancos. Por otro lado, la habilidad de diferenciar entre los bancos solventes y aquellos con problemas permite reducir el costo esperado de las crisis bancarias. Si los problemas pueden ser detectados con prontitud, pueden tomarse acciones preventivas que permitan minimizar los costos de un eventual cierre de la institución.

El uso de las técnicas estadísticas en los modelos de alerta temprana ha permitido caracterizar desde diferentes aspectos los procesos de crisis financieras. Particularmente los modelos logit y probit han mostrado excelente desempeño en el cálculo de la probabilidad de quiebra de instituciones financieras, pero no ofrecen información del *lapso de tiempo* que una entidad financiera podría demorar en mostrar problemas (Anastasi *et. al.*, 1998). Una técnica que permite describir el comportamiento de datos que corresponden al tiempo o duración desde un origen bien definido hasta la ocurrencia de un cambio de estado o punto final se denomina "análisis de supervivencia" (Klein y Moeschberger, 1997).

La idea de utilizar análisis de supervivencia en la búsqueda de un modelo de alerta temprana es novedosa, la posibilidad de cuantificar el riesgo de un cambio de estado es atractiva, si se toma en cuenta que la mayoría de los modelos de alerta temprana utilizados, sólo predicen probabilidades de quiebra y no toman en cuenta lapsos de tiempo para que ocurra la quiebra.

Esta técnica posee ventajas con respecto a técnicas clásicas como la estimación de modelos logit "clásicos", de regresión o análisis discriminante. Estas herramientas son de naturaleza estática, mientras que el análisis de supervivencia capta la temporalidad y la variación de las circunstancias a lo largo del tiempo. La razón principal es debido a que son análisis de corte transversal de los tiempos $t_1, t_2, \cdots, t_n$ observados para las n entidades financieras que conforman la población.

El concepto central de un modelo de supervivencia no es la probabilidad de que un cambio de estado ocurra[1] (por ejemplo, probabilidad que un banco se fusione), sino más bien la probabilidad condicional de que ocurra un cambio de estado, dado que tenía en el tiempo anterior otro estado, (por ejemplo, que un banco se fusione dado que en el periodo anterior no lo había hecho). El problema principal que hace necesario el uso de modelos de supervivencia es la existencia de censura en los datos. La censura ocurre cuando el resultado o evento de interés (fusión del banco) no se observa para todos los bancos dentro del periodo en que se realiza la recolección de los datos. Por lo tanto, muchas de las observaciones representan el periodo de observación y no el tiempo transcurrido hasta la ocurrencia del evento. Para el caso particular del estudio del tiempo que podría tardar una entidad financiera en cambiar de estado, la censura se conoce como censura por la derecha y no se presentan otras formas de censura, debido a que la nueva Ley de Bancos no permite el cierre de instituciones financieras, más bien fomenta la fusión.

El análisis de supervivencia tiene por objetivo encontrar la función que describe el riesgo de cambio de estado en diferentes periodos de tiempo y representa una secuencia de probabilidades condicionales: $f(t) = P$(banco se fusione en el momento t dado que en t-1 no lo había hecho).

Una vez que se tiene la función de supervivencia, es de interés investigar si el riesgo λ difiere sistemáticamente entre los bancos. Esto significa que se deben identificar variables explicativas de la función de riesgo. La forma de estudiar la heterogeneidad observada[2] es introduciendo en el modelo *p* variables explicativas que caracterizan un banco. Se define entonces un vector de variables $\mathbf{Z}_{ij} = \left[\mathbf{z}_{1ij}, \mathbf{z}_{2ij,\cdots,}\mathbf{z}_{pij}\right]$, donde cada elemento del vector representa la característica para el *i*-ésimo banco en el momento t_j.

Sin embargo, no basta con simplemente ajustar el modelo Cox. También es necesario verificar la validez del modelo, lo cual se hace a través de la verificación de los supuestos fundamentales, efectuada a través del análisis de los residuos. En este artículo se presenta el análisis de residuos detallado para los datos trabajados por Ayala *et. al.* (2007), lo cual constituye un aporte al estudio de la validez de modelos de Cox en situaciones similares.

En las secciones siguientes se presenta una breve introducción al modelo de Cox, posteriormente se presenta la forma de efectuar un análisis de residuos para verificar la validez de un modelo de Cox, seguido del estudio del caso de las fusiones en el sistema bancario venezolano.

2. Modelo de Riesgo proporcional propuesto por Cox[3]

Este modelo fue propuesto por Cox en 1972 y es el modelo de regresión en análisis de supervivencia (Cox, 1972). En este modelo, el efecto del vector $[\mathbf{Z}_{ij}]$ se produce de manera multiplicativa sobre la función de riesgo, mediante un factor que no depende del tiempo de duración. Sea $\lambda_0(t)$ la función de riesgo base. Se puede escribir la función de riesgo para la *i*-ésima entidad financiera como una proporción de la función de riesgo base; esto es:

$$\lambda_i(t;z) = \lambda_0(t)\varphi(z_i) \qquad 2.1$$

donde $\varphi(z_i)$ es una función de los valores del vector de variables explicativas para la *i*-ésima entidad financiera. Esta función se interpreta

como el riesgo en el momento t_j para una entidad cuyo vector de variables explicativas es $\mathbf{Z}_i$, relativo al riesgo para una entidad financiera cuyo vector de variables explicativas $\mathbf{Z}$ es cero (Hosmer y Lemeshow, 1999).

Dado que el riesgo relativo $\varphi(z_i)$ no puede ser negativo, se propone una función $\varphi(z_i) = e^{(\mu_i)}$, donde $\mu_i = \beta_1 z_{1i} + \beta_2 z_{2i} + \cdots + \beta_p z_{pi}$. El modelo de riesgo proporcional general para la *i*-ésima entidad financiera es:

$$\lambda_i(t;z) = \lambda_0(t) e^{\left(\beta_1 z_{1i} + \beta_2 z_{2i} + \cdots + \beta_p z_{pi}\right)} \qquad 2.2$$

La función de riesgo base es la misma para todas las entidades financieras. Por este motivo, para dos entidades financieras con variables explicativas $\mathbf{Z}$ y $\mathbf{Z}^*$, el cociente de las respectivas funciones de riesgo viene dado por Hosmer y Lemeshow (1999).

$$\frac{\lambda(t;z)}{\lambda(t;z^*)} = \frac{\lambda_0(t) e^{\left[\sum_{j=1}^{p} \beta_j z_j\right]}}{\lambda_0(t) e^{\left[\sum_{j=1}^{p} \beta_j z^*_j\right]}} = e^{\left[\sum_{j=1}^{p} \beta_j (z_j - z^*_j)\right]} \qquad 2.3$$

Esta razón se conoce como riesgo relativo; es constante en el tiempo y las tasas de riesgo son proporcionales. La interpretación de los coeficientes está dada por la siguiente derivada:

$$\frac{\partial \ln \lambda(t;z)}{\partial z_j} = \beta_j \qquad 2.4$$

β_j representa el cambio proporcional en la función de riesgo que resulta de un cambio marginal en la *j*-ésima variable explicativa. Si $\mathbf{Z}$ y $\mathbf{Z}^*$ difieren en la *j*-ésima variable explicativa, la cual es una variable binaria, se tiene:

$$\frac{\lambda(t;z)}{\lambda(t;z^*)} = e^{\beta_j} \qquad 2.5$$

Los supuestos fundamentales del modelo de Cox son cuatro:

a) La no existencia de influencia de los individuos (en nuestro caso, entidades financieras) en la estimación del modelo.
b) La no influencia de los individuos (en nuestro caso, entidades financieras) en la estimación de cada parámetro del modelo.
c) La inexistencia de heterogeneidad no observada[4].
d) La adecuacidad de la forma funcional.

Si además, se supone que los datos son generados por un modelo de riesgo proporcional de tiempo continuo, pero observados sólo en tiempos discretos $(t_i - 1, t_i]$, la correspondiente función de riesgo en tiempo discreto viene dada por Meyer (1990):

$$\lambda_j(z_{ij}) = 1 - \exp\left\{-e^{\left\{\left(\beta_1 z_{1i} + \beta_2 z_{2i} + \cdots + \beta_p z_{pi}\right) + \lambda(t)\right\}}\right\} \qquad 2.6$$

donde $\lambda_j(z_{ij})$ representa las tasas de riesgo en tiempo discreto para la *i*-ésima entidad financiera en cada periodo de tiempo de *j* = 1, 2, ..., *t*. Una ventaja respecto al modelo continuo es la interpretación de la función de riesgo. En el caso discreto, es la probabilidad condicional; en el caso continuo, es la referencia a la tasa instantánea de riesgo. Cada elemento del vector $\mathbf{Z}$ representa una característica para la *i*-ésima entidad financiera en el momento *j,* y el vector de coeficientes β[8] es semejante al vector β del modelo de riesgos proporcionales presentado anteriormente.

Debido a que no se conoce el momento exacto de quiebra de una entidad financiera, sólo se sabe que ocurre dentro de un intervalo de tiempo determinado. El modelo (2.6) es el empleado en el presente trabajo.

El modelo discreto presenta ventajas en la interpretación y verificación de los supuestos. Al permitir incorporar variables dicotómicas asociadas a los distintos momentos del tiempo[5], el modelo discreto proporciona una estimación directa de la función de riesgo, base a partir de la cual se puede construir la función de supervivencia base. Adicionalmente, la verificación del supuesto de proporcionalidad es sencilla. Esto es, verificar si los efectos de las variaciones en las características de las en-

tidades financieras sobre el riesgo son independientes del momento del tiempo en que se mida. En este caso, el supuesto de proporcionalidad es más flexible que en el caso continuo, ya que los efectos sólo deben ser proporcionales en los intervalos y no en cada instante del tiempo.

Respecto al supuesto de inexistencia de heterogeneidad no observable, es posible introducir en el modelo la posibilidad de heterogeneidad no observable entre las diferentes entidades financieras del siguiente modo según Meyer (1990):

$$\lambda_j(z_{ij}) = 1 - \exp\left\{-e^{\left\{\left(\beta_1 z_{1i} + \beta_2 z_{2i} + \cdots + \beta_p z_{pi}\right) + \lambda(t)\right\} + \log(X)}\right\} \qquad 2.7$$

la inclusión del nuevo término resume la heterogeneidad no observable, representada por X, la cual es una variable aleatoria con distribución Gamma con media uno y varianza σ^2. Se debe observar que cuando la estimación es no paramétrica la elección de la distribución no es importante.

La variable aleatoria X recoge factores que pueden afectar el riesgo pero que no son observados directamente. Esto puede deberse a que no están disponibles en los datos o bien por errores de medición en los datos.

Se define un indicador de censura como $c_i = 1$ si la supervivencia de la *i*-ésima entidad financiera se observa completamente y $c_i = 0$ si la supervivencia esta censurada, la función log de la verosimilitud es Meyer (1990)

$$\sum_{i=1}^{N} \log\left[(1-c_i)A_i + c_i B_i\right] \qquad 2.8$$

donde:

$$A_i = \left[1 + \sum_{j=1}^{t_i}\left\{\exp(I_{ij} + \ln(\text{var}))\right\}\right]^{\frac{1}{var}}$$

$$B_i = \left[1 + \sum_{j=1}^{t_i - 1}\left\{\exp(I_{ij} + \ln(\text{var}))\right\}\right]^{\frac{1}{var}} - A_i \quad \text{para } t_i > 1$$

$$I_{ij} = \left[\left(\beta_1 z_{1i} + \beta_2 z_{2i} + \cdots + \beta_p z_{pi}\right) + \lambda(t)\right]$$

Si $t_i = 1 \;\; B_i = 1 - A_i$

3. Supuestos del Modelo de Cox

3.1. Residuos para la verificación de los supuestos.

El análisis de los residuos en el modelo de Cox no es nuevo, sin embargo, en el contexto de los modelos en el área económica y principalmente en el área financiera, ha sido prácticamente ignorado, por lo que se hace necesaria la difusión de la metodología en estas áreas del conocimiento.

En el presente artículo, la metodología para efectuar dicho análisis sigue las propuestas por Therneau y Grambsch (2000) y por Borges (2002).

3.1.1. Residuos de martingala

Los residuos de martingala se definen como:

$$\hat{M}_i(t) = N_i(t) - \hat{E}_i(t) = N_i(t) - \int_0^t Y_i(s) e^{\beta' Z_i(s)} d\hat{\Lambda}_0(\beta, s)$$

Donde $\hat{\Lambda}_0(\beta, s)$ es el estimador del riesgo base de Breslow (o de Tsiatis o de Nelson y Aalen) definido como:

$$\hat{\Lambda}_0(\beta, s) = \int_0^t \frac{\sum_{i=1}^{n} dN_i(s)}{\sum_{i=1}^{n} Y_i(s) e^{\beta' Z_i(s)}}$$

Y están basados en la martingala de un proceso de conteo para el *i*-ésimo banco $M_i(t) = N_i(t) - E_i(t)$ es definida mediante:

$$M_i(t) = N_i(t) - \int_0^t Y_i(s) e^{\beta' Z_i(s)} \lambda_0(s) ds$$

Los residuos de martingala son muy asimétricos y con una cola muy larga hacia la derecha, particularmente para datos de supervivencia para

un solo evento. Su aplicación es fundamentalmente la verificación de la adecuacidad de la forma funcional de las covariables continuas.

3.1.2. Residuos de desvíos (deviances)

Los residuos de desvíos se obtienen mediante una transformación de normalización de los desvíos de martingala y son similares en forma, a los residuos de desvíos (deviances) en la regresión de Poisson.

Los residuos de desvíos se definen de la siguiente forma: si todas las covariables son fijas en el tiempo, los residuos toman la forma:

$$d_i = \text{signo}(\hat{M}_i) * \sqrt{-\hat{M}_i - N_i \log((N_i - \hat{M}_i)/N_i)}$$

El principal uso de los residuos deviance es la verificación del supuesto de no influencia de las entidades financieras en la estimación del modelo.

3.1.3. Residuos de puntajes (scores)

Los residuos de puntajes se definen como:

$$U_{ij} = U_{ij}(\beta, \infty)$$

Donde $U_{ij}(\beta, t), j = 1, ..., p$ son las componentes del vector fila de longitud p obtenido a través del proceso de puntaje para el i-ésimo banco:

$$U_i(\beta) = \int_0^t \left[Z_i(t) - \overline{Z}(\beta, t) \right] dN_i(t)$$

Los residuos de scores se utilizan con la finalidad de verificar la no influencia de las entidades bancarias en la estimación de cada coeficiente del modelo.

3.1.4. Residuos de Schoenfeld

Los residuos de Schoenfeld se definen como la matriz:

$$s_{ij}(\beta) = Z_{ij}(t_j) - \overline{Z_j}(\beta, t_j)$$

con una fila por muerte y una columna por covariable, donde i y t_j son los bancos y el tiempo de ocurrencia de la fusión respectivamente.

4. Análisis del caso para la banca venezolana

Modelo de Cox

En el caso particular de la banca comercial venezolana en el periodo 1996-2004, Ayala *et. al.* (2007) utilizaron 34 entidades bancarias comerciales y 15 razones financieras para estimar un modelo de Cox. El resultado fue el siguiente:

Cuadro 1. Modelo Cox

	coeficiente	$e^{(coeficiente)}$	se(chef)	Valor z	Valor p
R3	-3,32	0,9673	1,50	-2,21	0,0270
R8	21,53	1,2402	7,44	2,89	0,0038
R10	-16,26	0,8499	6,10	-2,67	0,0077
R15	-4,71	0,9539	1,58	-2,97	0,0029

La primera razón financiera significativa es R3, su riesgo se interpreta así:

> Al aumentar R3 en 1% el riesgo de fusión disminuye en (1-0,9673)= 0,0327 = 3,3%.

Donde, R3=otros activos/patrimonio, expresa el grado en que se encuentra comprometido el patrimonio en virtud de los activos que registran mayor riesgo o menor productividad.

Cuando el valor de R3 se incrementa, es una señal de que la entidad financiera está invirtiendo en otros activos que no están relacionados directamente con las operaciones del banco, por ejemplo, algún tipo de infraestructura como hoteles. Por este motivo, estas entidades financieras no son buenas candidatas para una fusión. Sea una fusión por absorción o por integración, el objetivo es el beneficio de la nueva entidad que se constituye. Un ejemplo de institución financiera que presentaba un alto valor de R3, lo constituye el Banco Latino en los años 1993-1994, cuando se desencadenó la crisis financiera venezolana. Justamente

sus altas inversiones en activos no relacionados a la operación bancaria llevaron al banco a no poder enfrentar sus problemas de solvencia.

La segunda razón significativa es R8, su riesgo se interpreta:

Al aumentar R8 en 1%, el riesgo de fusión aumenta en 24%.

Donde, R8=Activo improductivo/Activo total, mide la participación de los activos improductivos brutos no generadores de ingresos recurrentes, o que están fuera de la normativa legal respecto a la totalidad de activos de la entidad.

Cuando el activo improductivo de una entidad financiera es superior al activo total, la entidad pierde control sobre su disponibilidad y solvencia. De esta forma, la única manera de subsistir es permitiendo su absorción por parte de alguna entidad que esté en condiciones de hacerlo. De lo contrario, es muy difícil que se pueda mantener operativa. Esta razón financiera es reportada en la literatura (Ayala, 2000) como indicadora de riesgo de crisis de entidades financieras.

La tercera razón significativa es R10, su riesgo se interpreta:

Al aumentar R10 en 1%, el riesgo de fusión disminuye en (1 – 0,8499) = 15,01%.

R10=disponibilidad-rendimiento por cobrar/captaciones del público–menos gastos por pagar.

Una característica de las entidades financieras sanas es tener alta disponibilidad. De esta forma, pueden enfrentar eventuales sucesos que pueden inducir a una crisis. Por otra parte, mientras la diferencia entre las captaciones del público y los gastos por cobrar sea pequeña, la entidad financiera muestra eficiencia en su gestión bancaria.

La cuarta razón significativa es R15, su riesgo se interpreta:

Al aumentar R15 en 1% el riesgo de fusión disminuye en (1 – 0,9539) = 4,61%.

R15=Cartera de inversiones/captaciones totales. Esta razón informa respecto a la fracción de recursos del público que el instituto ha orientado hacia la adquisición de sus activos más productivos: créditos en inversiones

El activo más productivo que tiene una entidad financiera son los créditos en inversión. Mientras mayor sea la fracción de recursos del público que se orienten a los créditos en inversión, mayor será la utilidad o retorno de la entidad financiera. En general, entidades financieras con altos valores en la cartera de inversiones son caracterizadas como entidades sanas.

La validez de los resultados obtenidos en el modelo de Cox radica en el cumplimiento de cuatro supuestos fundamentales.

Residuos de Martingala

En el modelo de Cox estimado por Ayala, *et al.*, 2007, los residuos de martingala poseen distintas formas (Figura 1).

En este caso, puede verificarse que la forma funcional de las razones financieras utilizadas es adecuada. La línea que se traza en cada gráfico de las razones financieras, tiende al ajuste de una línea recta.

Residuos tipo deviance

En el modelo de Cox citado anteriormente, la forma de los residuos deviance se aprecian en la figura 2.

Al no observarse valores atípicos, puede verificarse el supuesto de que las entidades financieras no afectan de modo negativo la estimación del modelo.

Residuos tipo score

En el modelo de Ayala, *et al.* 2007, la forma de los residuos scores se ven en la figura 3.

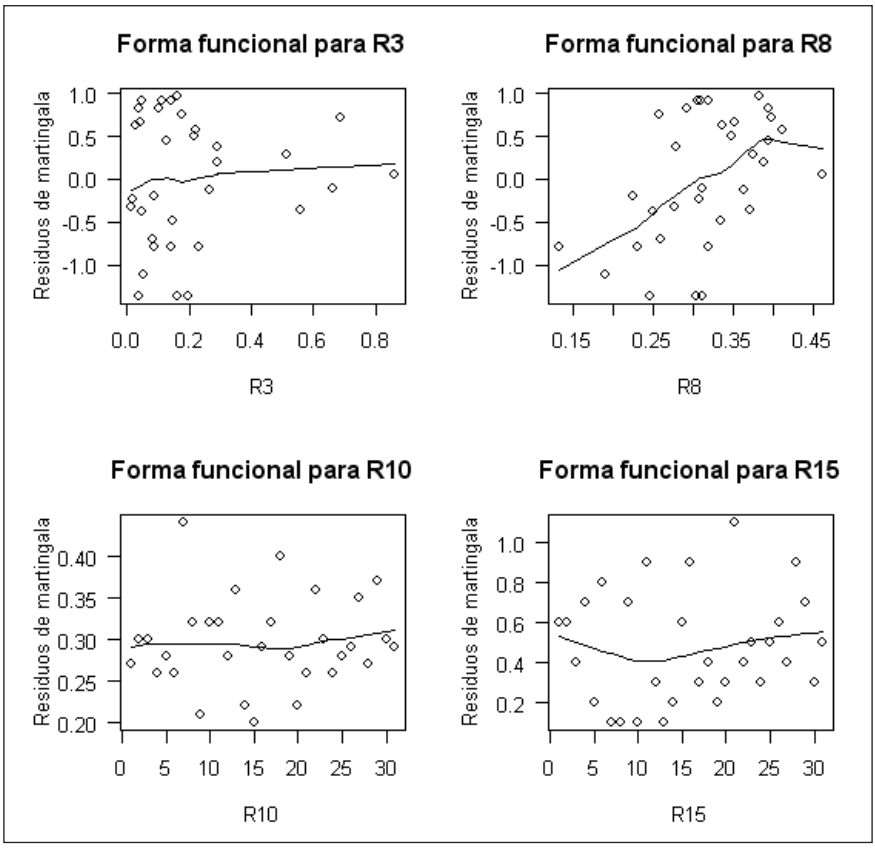

Figura 1. Verificación gráfica de los residuos de martingala.

Al no observarse valores extremos respecto al eje *y*, puede verificarse que no existe alguna influencia de las entidades financieras en la estimación de cada coeficiente del modelo.

Residuos de Schoenfeld

En el modelo de Cox mencionado anteriormente, la forma de los residuos Schoenfeld se observa en la figura 4.

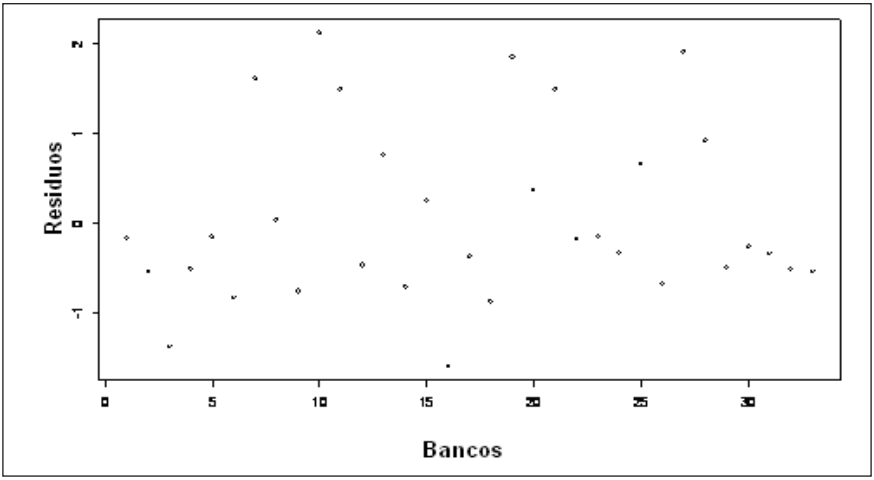

Figura 2. Verificación gráfica de los residuos deviance.

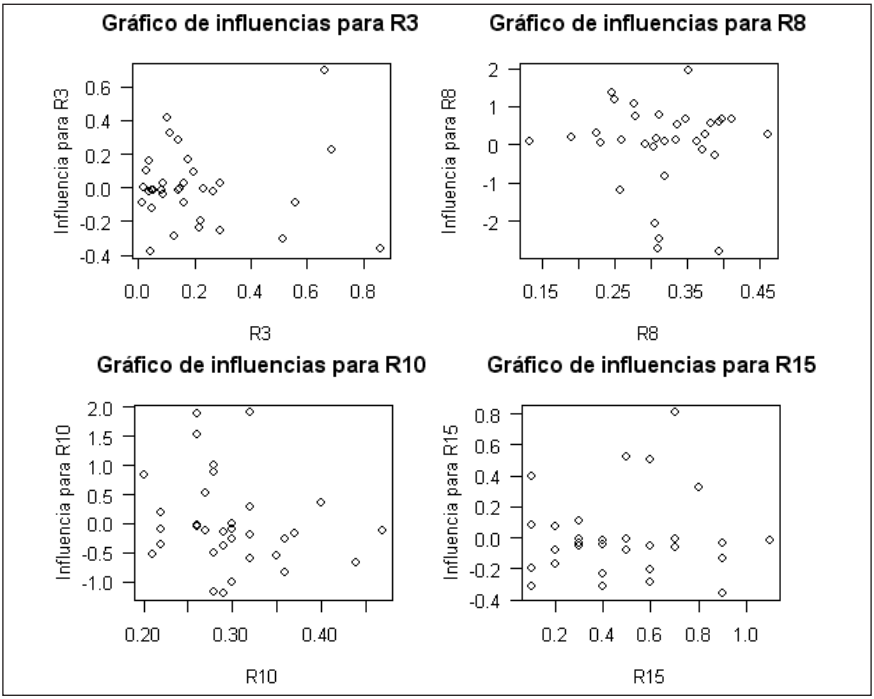

Figura 3. Verificación gráfica de los residuos de score.

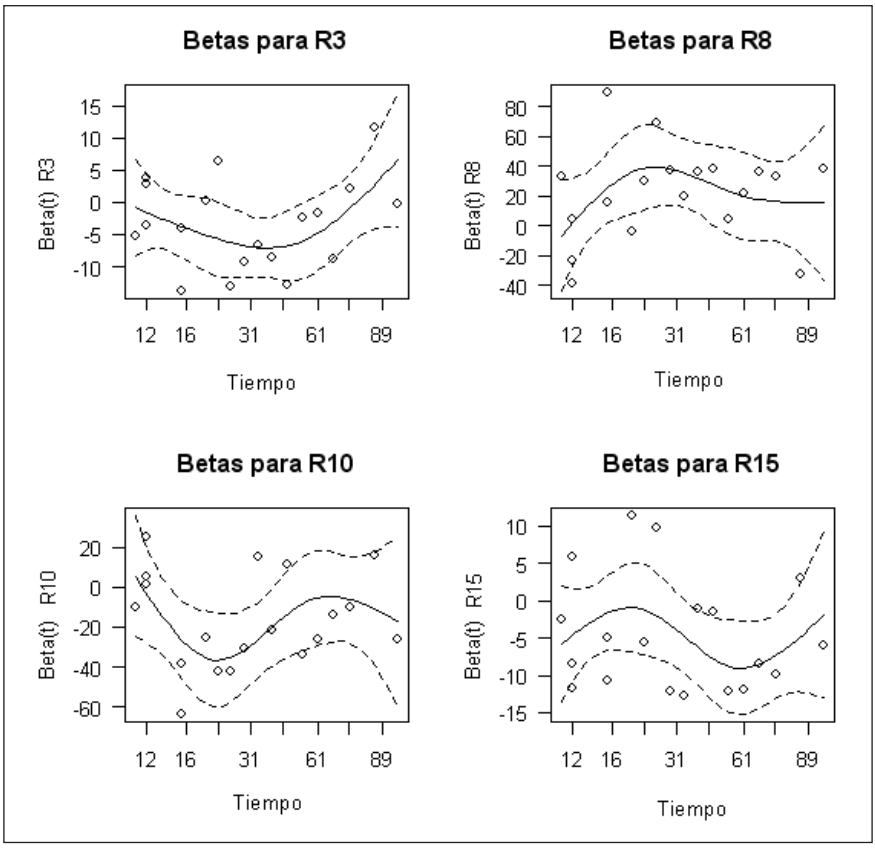

Figura 4. Verificación gráfica de los residuos de Schoenfeld.

Al agruparse los residuos de forma aleatoria a ambos lados del valor 0 del eje **y**, y al no observarse una tendencia con cambios bruscos, entonces puede observarse que no hay violación del supuesto de riesgo proporcional.

5. Conclusiones

Distintas son las técnicas que se han implementado para el estudio de crisis bancarias. Desde el punto de vista económico, esto sugiere que la utilidad de los modelos de alerta temprana puede evitar altos costos

involucrados en un proceso de crisis de una entidad financiera. Más aún, pueden tomarse previsiones para evitar problemas.

Técnicas estadísticas tradicionales se han utilizado en el estudio de crisis bancarias y han mostrado buen desempeño en la identificación de variables indicadoras de riesgo. Sin embargo, aunque el análisis de supervivencia tiene sus principales aplicaciones en el área de la salud, en este trabajo se introduce el análisis de supervivencia y la regresión de Cox, como metodología para la detección de variables indicadores de riesgo de fusión en las instituciones financieras.

Los supuestos del modelo de Cox se verificaron en su totalidad, y se obtuvo como resultado que las razones financieras obtenidas por Ayala *et. al.* (2007) son consistentes. Estas cuatro razones identificadas son reportadas, en la literatura tradicional, como indicadores de riesgo en instituciones bancarias.

6. Agradecimientos

Los autores agradecen las sugerencias y recomendaciones de los árbitros. Rafael Borges agradece el financiamiento recibido del Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes (CDCHT-ULA) a través del proyecto cuyo código es E-199-02-09-C.

7. Notas

1 En este trabajo, el cambio de estado se define como la fusión del banco.
2 Toda la heterogeneidad presente en las entidades financieras es recogida en las variables explicativas.
3 Propuesto por Cox en 1972.
4 Toda la heterogeneidad presente en las entidades financieras es recogida en las variables explicativas.
5 Los parámetros de la función de riesgo base.

8. Referencias

Anastasi, A., Burdiso, T., Grubisic, E. y Lencioní., S. (1998) "¿Es posible anticipar problemas en una entidad financiera? Argentina 1994-1997." Documento de Trabajo, Número 7 (octubre).

Ayala, María A. Borges, Rafael y Colmenares, Gerardo (2007). "Análisis de Supervivencia Aplicado a la Banca Comercial Venezolana, Periodo 1996-2004". *Revista Colombiana de Estadística*, 30, 1, pp. 97-113.

Ayala, Roberto (1999). "Modelos de Alerta Temprana Para Crisis Financieras: El Caso Ecuatoriano. 1994-1997". Notas Técnicas de la dirección de investigaciones económicas del Banco Central del Ecuador. Número 51 (enero).

Borges, Rafael E. (2002). "Análisis de Supervivencia Aplicado a un Caso de Diálisis Renal: Diálisis Peritoneal en el Hospital Clínico Universitario de Caracas y Hemodiálisis en el Hospital de Clínicas Caracas, 1980-2000." Tesis de *M.Sc.* en Estadística Aplicada, Mérida, Instituto de Estadística Aplicada y Computación, Universidad de Los Andes.

Cox, David R. (1972). Regression models and life tables (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*: Series B, Volumen 34, pp. 187-220.

Hosmer, David W. y Lemeshow, Stanley (1999). *Applied survival analysis: Regression modeling of time to event data*. New York, John Wiley & Sons, Inc.

Klein, John P. y Moeschberger, Melvin L. (1997). *Survival Analysis. Techniques for Censored and Truncated Data*. New York, Springer–Verlag, Inc.

Meyer, Bruce D. (1990). "Unemployment insurance and unemployment spells". *Econometrica*, 58, 4, pp. 757-782.

Therneau, Terry M. y Grambsch, Patricia M. (2000). *Modeling Survival Data: Extending the Cox Model*. N.Y.: Springer-Verlag.