

Aplicación de un modelo EWMA para el análisis de control de calidad en la producción de aluminio primario: caso CVG-Venalum

An EWMA model application for quality control analysis in the production of primary aluminium: CVG-Venalum case

Marianela Luzardo Briceño*

Recibido: 20-03-07 / Aceptado: 16-06-07. Código JEL: C32

Resumen

Se hace uso en este artículo del análisis de series de tiempo para estudiar la conducta del consumo de fluoruro de aluminio (AlF_3) en cuatro de las cinco líneas de producción de aluminio primario con calidad competitiva en la empresa Venezolana de Aluminio de la Corporación Venezolana de Guayana (C.V.G., Venalum). Se realiza, además, un análisis del comportamiento del consumo de AlF_3 bajo el enfoque de control de calidad de datos t emporiales (EWMA) para cada línea. Estos análisis se harán de manera comparativa, tratando de verificar semejanzas entre las cuatro líneas de producción.

Palabras clave: aluminio, arima, promedios móviles ponderados exponenciales, fluoruro, reducción.

Abstract

In this paper it is used the analysis of series of time in order to study the conduct of the consumption of fluoride of aluminium (AlF_3) in four of five lines of production of primary aluminium with competitive quality in the Venezuelan company of Aluminium of the Venezuelan Corporation of Guayana (C.V.G., Venalum). It is performed, in addition, an analysis of the behavior of the consumption of AlF_3 under the approach of quality control of temporary information (EWMA) for every line. These analyses will be done in a comparative way, trying to check similarities among four lines of production.

Key words: aluminium, arima, weigh exponential moving averages, fluoride, reduction

* Universidad de Los Andes. Instituto de Estadística Aplicada y Computación (IEAC). e-mail: nela@ula.ve

1. Introducción

El 29 de agosto de 1973, fue creada empresa Industria Venezolana de Aluminio, C.A. adscrita a la Corporación Venezolana de Guayana, (CVG-Venalum), con el propósito de producir aluminio primario con fines de exportación. Se ubica sobre la margen del río Orinoco, en la ciudad de Puerto Ordaz, estado Bolívar, al sur de Venezuela y constituye la mayor planta reductora de aluminio primario en Latinoamérica con una capacidad instalada de cuatrocientas treinta mil toneladas por año.

La empresa CVG-Venalum cuenta con cinco líneas de producción de aluminio, cuatro que utilizan tecnología Reynolds P-19 y una quinta que usa tecnología Hydro-Aluminium. El aluminio producido viene presentado en lingotes, cilindros para extrusión y aluminio líquido.

De este modo, las celdas que utilizan tecnología Reynolds P-19, denominada así porque fue desarrollada por Reynolds a finales de 1960, se identifican porque el sistema de alimentación de alúmina está compuesto por cuatro alimentadores con su respectivo rompecostra que operan independientemente. Las celdas usan 18 ánodos con una vida útil de 22 días y una capacidad de producción mensual de 36 toneladas de aluminio por celda. La temperatura de operación de la celda es 960 °C, la adición de fluoruro de aluminio es manual y el voltaje de operaciones 162 KA. La frecuencia de trasegado es cada 24 horas y la subida de puente es realizada cada 15 días (CVG-Venalum, 1998).

En relación a las celdas de la línea V, éstas usan tecnología Hydro Aluminium, que se caracteriza por tener cinco alimentadores de alúmina y uno de fluoruro de aluminio que está situado en el centro de la celda. La alimentación de alúmina es regulada por un sistema de control adaptativo. Cada celda tiene 26 ánodos con una vida útil de 22 días. La producción diaria de la celda es 1,6 toneladas de aluminio, la temperatura de operación es 962 °C y el amperaje es de 223 KA. La frecuencia de trasegado es cada 24 horas y la frecuencia de la subida de puente es cada 15 días (CVG-Venalum, 1998).

El presente artículo se basa en el estudio de las 540 celdas de reducción electrolíticas bajo las líneas de producción ya mencionadas, como lo son la 2, 3 y 4 que utilizan la tecnología Reynolds P-19, y las

180 celdas de la línea 5 que utilizan tecnología Hydro Aluminium.

Dentro de los objetivos que se plantean en esta investigación se encuentran:

- Describir los modelos de series de tiempo para el comportamiento del consumo de AlF_3 para las tres líneas de producción de aluminio primario con tecnología Reynolds P-19 de alimentación puntual y para la línea con tecnología Hydro Aluminium en el proceso de reducción electrolítica de aluminio primario en la empresa Venezolana de Aluminio, de la Corporación Venezolana de Guayana (CVG-Venalum).
- Determinar si el consumo de AlF_3 para cada una de las líneas de producción de aluminio primario en la empresa Venezolana de Aluminio, de la Corporación Venezolana de Guayana (CVG-Venalum), se encuentra dentro de los límites estadísticos de control.
- Analizar si el modelo de series de tiempo ajustado para cada una de las líneas recoge en forma adecuada la información utilizando el enfoque de control de calidad de datos temporales “The Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)”¹.

Para lograr los objetivos planteados se estudiaron cuatro series de 146 observaciones (semanas) que abarcan desde el mes de enero del año 2001 a septiembre del año 2003, para cada una de las líneas de producción de aluminio primario

2. Metodología estadística

La metodología a seguir estuvo basada principalmente en la construcción de un modelo de series de tiempo, para conocer de esta manera, el comportamiento de la variable consumo de AlF_3 en cuatro de las cinco líneas de reducción electrolítica para la producción de aluminio primario que forman parte de la Empresa CVG Venalum. En este sentido, se utilizaron los modelos de Box-Jenkins (Box *et al.*, 1976), los cuales permiten identificar y estimar los modelos Autoregresivos Integrados

de Promedio Móvil: ARIMA (por sus siglas en inglés, “Autoregressive Integrated Moving Average”) que mejor se ajuste a los datos de las series en estudio.

Dentro de las razones del porqué analizar una serie de tiempo se encuentran las siguientes (Chatfield, C., 1978):

- *Descripción:* primer paso de todo análisis estadístico para obtener de esta forma las medidas descriptivas simples de las principales propiedades de una serie.
- *Explicación:* dada cuando las observaciones son tomadas sobre dos o más variables y se quiere usar la variación en una de las series para explicar la variación en otras series.
- *Predicción:* dada una serie de tiempo se pueden predecir los valores futuros de la misma.
- *Control:* cuando una serie se genera por mediciones de calidad de un proceso, el objetivo del análisis puede ser el control del mismo.

El procedimiento consta de la identificación de la estructura de los modelos, a través de los correlogramas simples y parciales para determinar tanto las condiciones de estacionariedad (regular, estacional), como el orden de los componentes Auto Regresivo (AR) y Promedio Móvil (MA, por sus siglas en inglés Moving Average). Asimismo, se estiman los parámetros del modelo identificado en base a los datos históricos, y por último, se evalúa y diagnostica el modelo ajustado, buscando que no se observe ningún patrón de comportamiento en los residuos. (Orlandoni, G., 2005)

Para escoger el modelo ideal se utilizaron tres de los criterios que existen para este fin dentro de los que se encuentran el Akaike², el “BIC³ (por sus siglas en inglés, «Bayesian Information Criteria») y el MSE⁴ (por sus siglas en inglés, «Minimal Square Error»), mientras que para ver si los residuos son o no aleatorios se harán contrastes de rachas de la mediana, contrastes de rachas y la prueba de Box-Pierce.

Una vez obtenidos estos modelos, se determinó si realmente el comportamiento del AlF_3 se encuentra bajo los límites de control estadístico usando el enfoque de control de calidad de datos temporales

“The Exponentially Weighted Moving Average” (EWMA)”⁵.

En 11959, los gráficos de promedios móviles ponderados exponencialmente (EWMA del inglés Exponentially Weighted Moving Average) fueron introducidos por Roberts, quien presentó un gráfico fundamentado en la media móvil geométrica y que está basado en un estadístico que asigna menos peso a medida que los datos son más antiguos.

El uso de los gráficos de promedios móviles ponderados exponencialmente (EWMA) como técnica de control de calidad es descrito por Hunter y se definen como (Hunter, J., 1986):

$$z_t = \lambda \bar{x}_t + (1 - \lambda)z_{t-1} \quad (1)$$

Donde: $0 < \lambda < 1$ es un peso dado a la media ponderada en el tiempo t , \bar{x}_t y a $t-1$ se le asigna un peso $(1-\lambda)$.

El gráfico de promedios móviles ponderados exponenciales (EWMA) es un gráfico de control de calidad para series temporales y tiene la ventaja de proveer una predicción de donde se encontrará la media del proceso en el próximo período de tiempo.

Los límites de control de los gráficos EWMA⁶ se pueden emplear como una señal cuando sea necesario hacer un ajuste en el proceso, y la diferencia entre el objetivo y la predicción de la media μ_{t+1} , se pueden utilizar para determinar que tan grande debe ser dicho ajuste.

3. Resultados

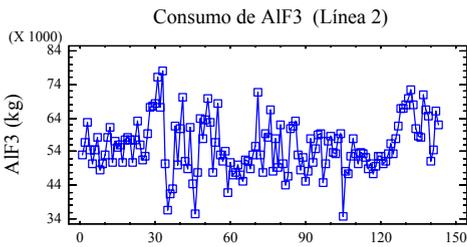
Esta sección de resultados está dividida en dos partes, una primera, donde se presenta un modelo de series de tiempo para el comportamiento del consumo de AlF_3 , para cada una de las líneas de producción de aluminio primario de la empresa Venezolana de Aluminio de la Corporación Venezolana de Guayana (CVG-Venalum), y la segunda, un análisis de control de calidad para cada línea de producción usando el enfoque de control de calidad de datos temporales Promedios Móviles Ponderados Exponenciales.

3.1. Modelos de series de tiempo

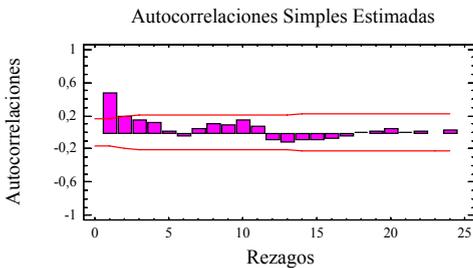
A continuación se presentan una serie de cuadros representativos de los modelos ARIMA⁷ ajustados para cada una de las líneas de producción.

3.1.1. Línea 2

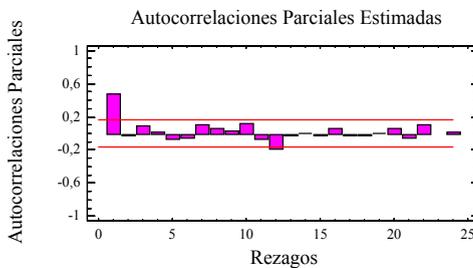
Cuadro 1. Resumen del Modelado de la Serie de Tiempo para el Consumo de AIF₃



No se observa ningún tipo de tendencia en el consumo de AIF₃, lo que es indicio de ser una serie estacionaria.

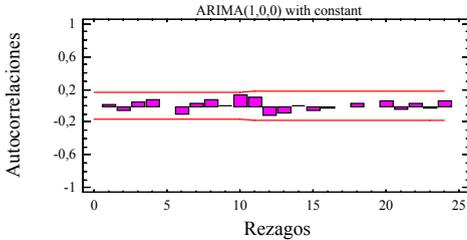


El descenso a cero de una manera rápida ratifica lo estacionaria de la serie.



Una vez verificado que la serie del comportamiento en el consumo de AIF₃ es estacionaria, se examina la función de autocorrelación parcial y se determina que el patrón típico de ésta es el de un AR(1).

Autocorrelación de los Residuos para AIF3 Ajustado



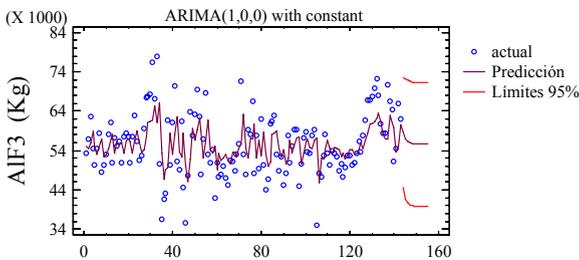
AICC= 2940,298
 BIC= 2946,2240
 MSE = 4,91(10)⁷

Modelo AR(1)

$$\hat{z}_t = 29331,4 + 0,472274\hat{z}_{t-1}$$

Se escoge el modelo AR(1) pues es el que mejor se ajusta a los tres criterios seleccionados.

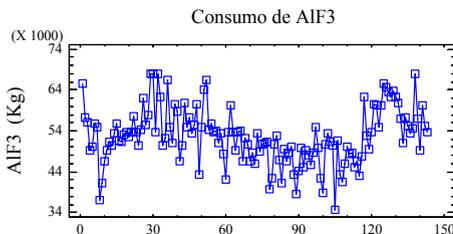
Consumo de AIF3 (Línea 2)



Luego de realizar el proceso de identificación, estimación y validación del modelo compatible con la serie bajo estudio, se obtuvo que la serie sigue un comportamiento similar a la original a pesar de haber varias observaciones dispersas.

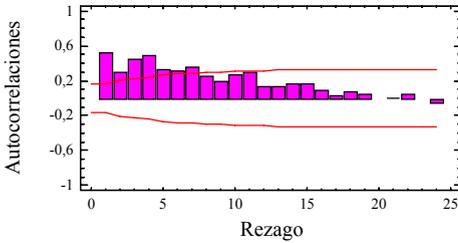
3.1.2. Línea 3

Cuadro 2. Resumen del Modelado de la Serie de Tiempo para el Consumo de AIF₃



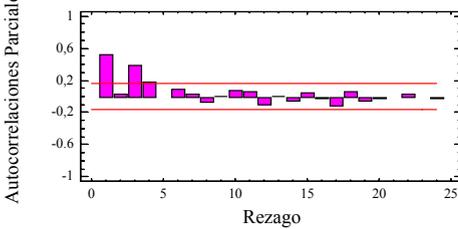
Las características de funcionamiento de esta línea son las mismas de la línea 2, sin embargo, al graficar la serie en cuestión, se observa que es no estacionaria ya que presenta un leve comportamiento cíclico.

Autocorrelaciones Simples Estimadas



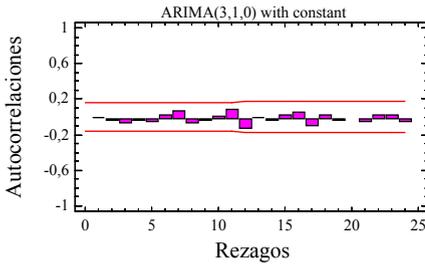
El leve decrecimiento que se presenta en el gráfico es evidencia suficiente de la no estacionariedad de la serie, por lo tanto, se debe aplicar como mínimo una diferencia para corregir esta situación.

Autocorrelaciones Parciales Estimadas



El gráfico de las autocorrelaciones parciales indica que el posible modelo es de orden 3 debido a la significancia estadística en este rezago.

Autocorrelación de los Residuos para AIF3 Ajustados



$$\hat{z}_t = -74.4773 - 0.501389\hat{z}_{t-1} - 0.599908\hat{z}_{t-2} - 0.226901\hat{z}_{t-3}$$

donde: $\hat{z}_t = \nabla \hat{y}_t = \hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}$

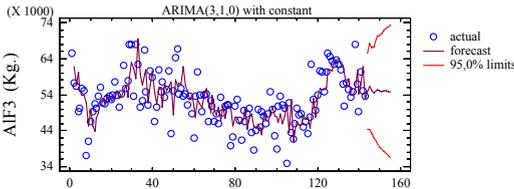
AICC= 2848,26

BIC= 2860,26

MSE = 2,88(10)⁷

Los estadísticos utilizados para los diferentes modelos sugieren que, en realidad, el modelo ARIMA(3,1,0) es el que mejor se ajusta a los datos analizados.

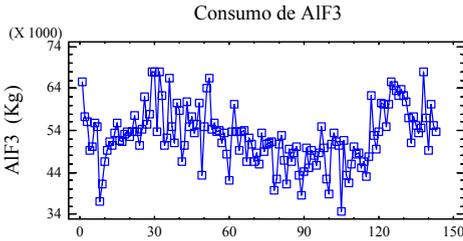
Consumo de AIF3 (Línea 3)



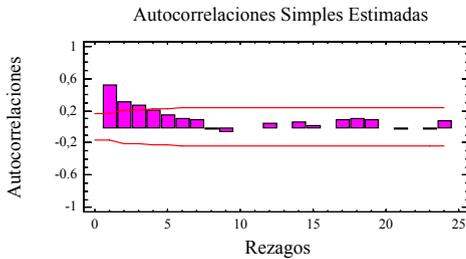
Se muestra en esta serie un mejor comportamiento de los valores observados con respecto a los estimados durante todas las semanas que se estudiaron

3.1.3. Línea 4

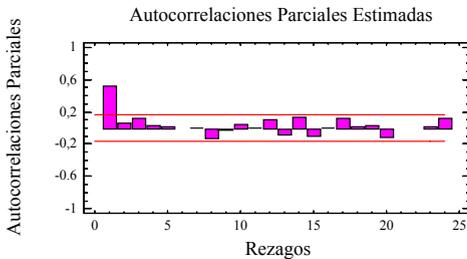
Cuadro 3. Resumen del Modelado de la Serie de Tiempo para el Consumo de AIF₃



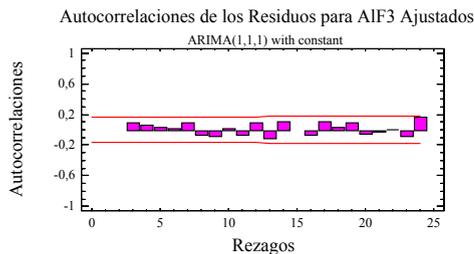
En el gráfico se aprecia una pequeña tendencia en la última tercera parte de la misma, lo que podría estar dando evidencia de una diferencia no estacional.



Se observa un decrecimiento muy lento en la función de autocorrelación simple, lo que es una evidencia clara de que la serie es no estacionaria, por lo tanto, se debe aplicar una diferencia no estacional a fin de lograr la estacionariedad deseada.



El gráfico de las autocorrelaciones parciales indica que el posible modelo sea autorregresivo de orden 1 debido a la significancia estadística en este rezago.

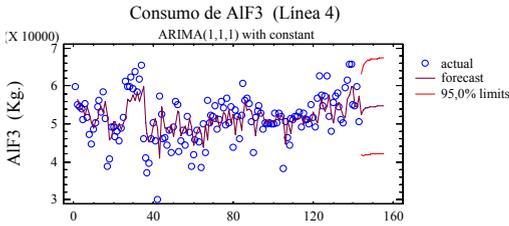


$$\hat{z}_t = 10.7397 + 0,474156 \hat{z}_{t-1} - 0.964833 \hat{a}_{t-1}$$

donde: $\hat{z}_t = \nabla \hat{y}_t = \hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}$

AICC= 2847,61
 BIC= 2856,58
 MSE = 2,87(10)⁷

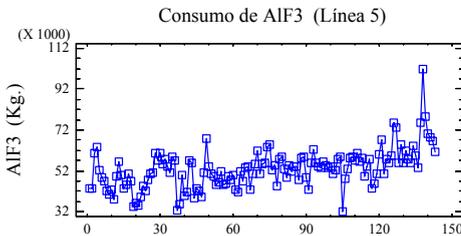
Entre los distintos modelos ajustados para esta serie de datos, el modelo ARIMA (1,1,1) es el que mejor se adecúa a los datos analizados.



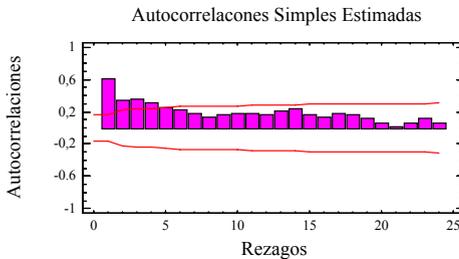
El comportamiento de los valores observados con respecto a los estimados es bastante aceptable, a pesar de que en la semana 30 se ven varias observaciones atípicas.

3.1.4. Línea 5

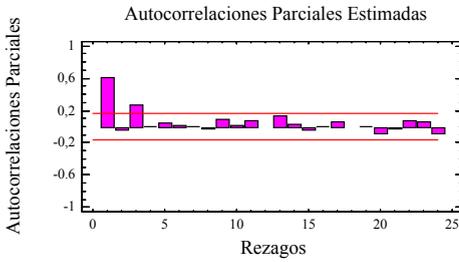
Cuadro 4. Cuadro Resumen del Modelado de la Serie de Tiempo para el Consumo de AIF₃



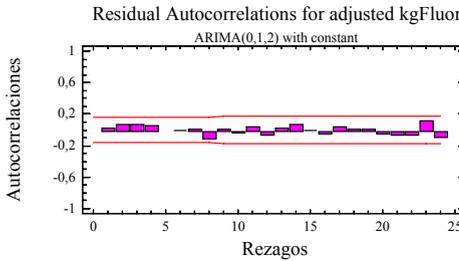
Puede apreciarse una leve tendencia creciente a lo largo de la misma, lo que podría estar bajo una serie no estacionaria.



Se observa que la serie prácticamente no converge a cero, lo que es evidencia fundamental de que la serie es no estacionaria, por lo tanto, se debe aplicar una diferencia no estacional a fin de lograr la estacionariedad de la misma.



Al analizar el gráfico de las autocorrelaciones parciales se sugiere que se ajuste un modelo autorregresivo de orden 3, ya que estos rezagos son significativamente distintos de cero.

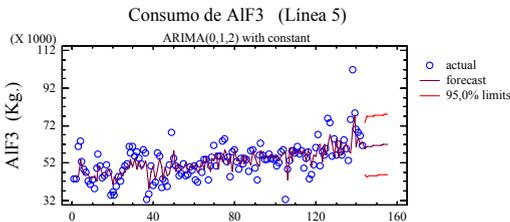


$$\hat{z}_t = 113.753 - 0.444784\hat{a}_{t-1} - 0.56589\hat{a}_{t-2}$$

donde: $\hat{z}_t = \nabla \hat{y}_t = \hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}$

AICC= 2928,77
 BIC= 2937,63
 MSE = 3,01(10)⁷

Entre los distintos modelos ajustados para esta serie de datos, el modelo ARIMA(1,1,1) es el que mejor se adecúa a los datos analizados.



El ajuste de la serie estimada a la original es lo suficientemente adecuado.

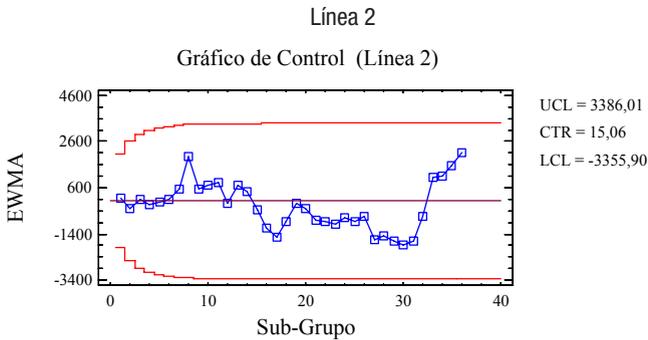
3.2. Modelos de control de calidad de datos temporales promedios móviles ponderados exponenciales

3.2.1.

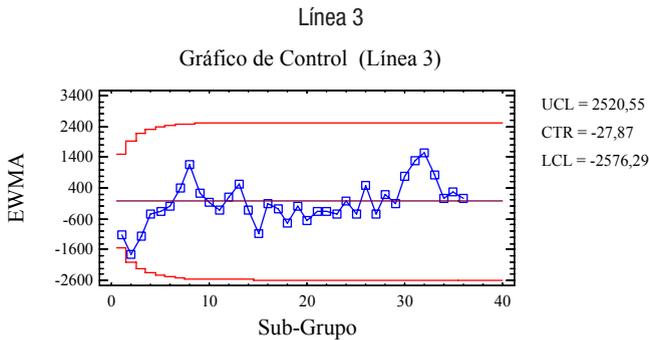
Para obtener los gráficos de control EWMA⁸, se van a utilizar los residuos estimados $(Y_t - \hat{Y}_t)$ obtenidos de los modelos ARIMA⁹ correspondiente para cada línea determinando de esta manera, si el modelo propuesto recoge en forma adecuada la información. Por otro lado, como los datos

se presentan en forma semanal y se tienen aproximadamente cuatro semanas por mes, se plantea un gráfico de control dividido en grupos de cuatro, obteniendo de esta manera 36 grupos para cada línea.

Cuadro 5. Control Estadístico de Calidad



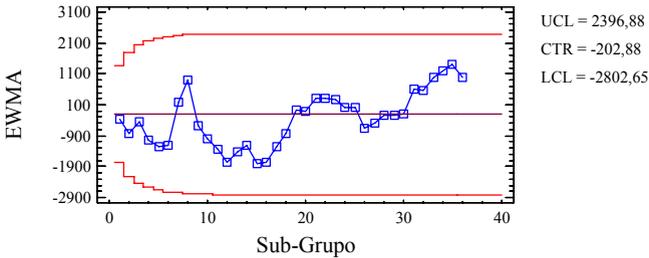
Se aprecia en este gráfico que los residuos, a pesar de estar bajo los límites de control, manifiestan un ascenso a partir del grupo 31, que correspondería al último semestre de la información analizada, es decir, a partir de febrero de 2003. Esto pudiera estar sugiriendo que el modelo AR(1) ajustado no está acoplado quizás el efecto temporal de la serie.



Esta línea presenta un ascenso pronunciado los primeros meses del año 2001, sin embargo, los residuos para esta serie no delimitan un patrón específico a lo largo de la misma, lo que recalca que el modelo ARIMA (3,1,1) fue bien especificado.

Línea 4

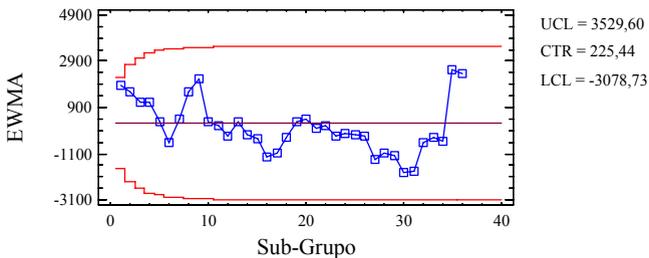
Gráfico de Control (Línea 4)



Se aprecia aquí que los residuos no presentan un patrón específico y que a pesar de que las primeras observaciones no se encuentran cerca del valor promedio, en términos generales, se está bajo control estadístico.

Línea 4

Gráfico de Control (Línea 5)



Se aprecia que los residuos en esta línea tienen un comportamiento muy similar al presentado por los de la línea 2, a pesar de ser metodologías totalmente diferentes. Sin embargo, no hay patrón alguno que pueda dar indicios de haber escogido erróneamente el modelo ARIMA(0,1,2)

4. Conclusiones

Al analizar cada una de las líneas de producción de aluminio primario en la Empresa Venezolana de Aluminio de la Corporación Venezolana de Guayana (CVG, Venalum), se puede apreciar que los comportamientos de las líneas son totalmente diferentes, a pesar de que tres de ellas usan la misma tecnología.

Una de las características intrínsecas en la mayoría de las series temporales es el componente de tendencia que presentan las mismas y de acuerdo a su acentuación se debe diferenciar (en primero, segundo orden, etc., dependiendo de la intensidad de la pendiente) de forma tal que encuentre la estacionariedad necesaria para el análisis. Sin embargo, se debe hacer notar que al momento de ajustar los modelos ARIMA¹⁰ para las series bajo estudio, la única línea que no presentó esta característica fue la línea 2, luego se sugiere hacer una revisión exhaustiva en esta línea para conocer el por qué de las características que está presentando la misma.

En resumen, los modelos de series de tiempo bajo la metodología de Box Jenkins ajustados para cada una de las líneas fueron:

Línea	Modelo (p,d,q)
2	ARIMA(1,0,0)
3	ARIMA(3,1,0)
4	ARIMA(1,1,1)
5	ARIMA(0,1,2)

En cuanto al comportamiento del consumo de AlF_3 , se pudo apreciar que la línea 2 pudiera llegar a salirse de control a medida que vaya pasando el tiempo, sin embargo, las líneas 3 y 5 a pesar de encontrarse en los límites de control al comienzo del estudio, tienden a estar dentro de los rangos del mismo. Con respecto a la línea 4 se aprecia que a pesar de manifestar una tendencia creciente en la última etapa de la serie ésta comienza a decrecer en los dos últimos períodos, haciendo de esta manera que continúe bajo control.

5. Notas

- 1 En español: Promedios Móviles Ponderados Exponenciales
- 2 Akaike: (AICC) es un criterio se ha convertido en una herramienta estándar en el ajuste de modelos de series de tiempo, el menor valor del AICC indica mejor ajuste.

- 3 BIC: “Criterio de Información Bayesiana”: al igual que el AICC es un criterio que se utiliza para comparar modelos de series de tiempo.
- 4 MSE: “Error Cuadrático Mínimo”: El método de mínimos cuadrados ordinarios se basa en minimizar la suma de los desvíos de la variable (en valores absolutos) respecto de su estimación de algunos de los componentes.
- 5 En español: Promedios Móviles Ponderados Exponenciales
- 6 En español: Promedios Móviles Ponderados Exponenciales
- 7 En español: Autoregresivos Integrados de Promedio Móvil
- 8 En español: Promedios Móviles Ponderados Exponenciales
- 9 En español: Modelo Autoregresivo Integrado de Promedio Móvil
- 10 En español: Modelo Autoregresivo Integrado de Promedio Móvil

6. Referencias

- Box, George and Gwilym Jenkins. (1976). *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, pp. 72-140.
- CVG -Venalum. (1998). *Manual para Ingenieros*. Venezuela.
- Chatfield, Chris (1980). *The Analysis of Time Series: An Introduction*, Segunda Edición, Chapman and Hall, pp. 15-35.
- Hunter, J. Stuart. (1986). *The Exponentially Weighted Moving Average*, Journal of Quality Technology, 18(4) Octubre: pp. 203-210.
- Luzardo, Marianela. (1996). *Análisis de las Principales Variables Macroeconómicas de Venezuela: Un enfoque de Series de Tiempo*, Universidad de Los Andes.
- Meter J., Brockwell; Richard A., Davis (1987). *Time Series: Theory and Methods*, Springer-Verlag, New York, pp. 53-81.
- Montgomery, Douglas (1991). *Control Estadístico de la Calidad*, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 18-32.
- Orlandoni, Giampaolo (2005). *Modelos GARCH*, Universidad de Los Andes, pp. 23-30.